

7.3 Entrainment

7.3.1 General Considerations

第一段落 (p.226 1.9)

周囲の空気が雲の境界を通して入り雲内の空気を薄める



雲の持つ浮力やその他の性質が抑えられ雲は活発でなくなる



雲内の空気の平均的な性質を評価する上では、
周囲の空気とどのくらい空気を交換するかを考慮する必要あり

第二段落 (p.226 1.15)

質量保存

雲内の平均質量フラックスが高さによって増加している場合、
質量保存を充たすためには横から空気を引き込む必要がある等

運動

- ・雲よりスケールが小さくランダムなもの 乱流

対流雲内では強いシアーと強い浮力の両方が存在し、2.86式に従って
それらが乱流運動エネルギーに変換されるのが重要なソースとなる

- ・雲と同じスケールで組織的なもの 反転や回転



周囲の空気が雲内に混合され、雲内の空気がある割合で希釈される
「エントレインメント」

混合層の層状雲(5章): 雲頂と雲底におけるエントレインメントを見てきた



対流雲(本章): 内部運動がより活発であり、雲頂や雲底と同様の混合が
雲の側面でも起こる

$$\frac{\overline{DK}}{Dt} = C + B + W + D \quad (2.86)$$

Kは渦運動エネルギー

Cは平均流の運動エネルギーから生じるKの割合

Bは浮力と鉛直風速を相関によって生じるKの割合

Wは圧力の勾配と風速の相関によって生じるKの割合

Dは摩擦によるKの損失

第三段落 (p.226 1.34)

「連続的一様性エントレインメント」(7.3.2節)

- ・古典的な見方
- ・時間的に連続性があり、空間的に均一であるとして扱う
- ・簡単でしばしば役に立つが、基本的には欠陥のある近似をしている

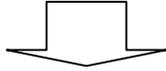
「不連続的非一様性エントレインメント」(7.3.3節)

- ・現代的な見方
- ・時間と空間について離散的なものとして扱う

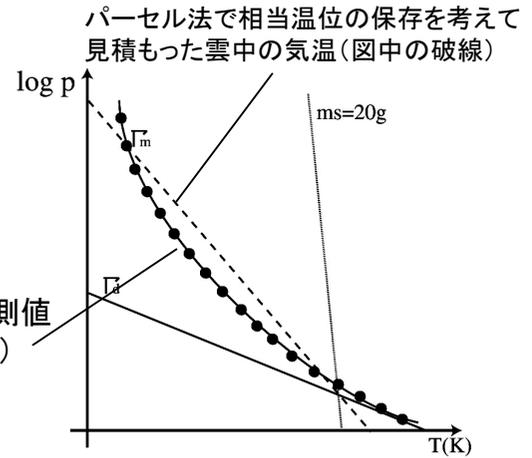
7.3.2 Continuous, Homogeneous Entrainment

Stommel(1947)
カリブ海における貿易風帯の積雲の観測

雲中の気温の観測値と周囲の気温の観測値には
図中の破線と点つき線ほどの差がない



それを説明するために
連続的側方エントレインメントの概念を提案



周囲の気温の観測値
(図中の点つき線)

☆エントレインメントモデルの概要

仮定

- ・エントレインメントされた空気は側面から入ってくる
- ・エントレインメントされた空気は瞬時に、完全にcloud element全体に混合される
- ・エントレインメントの過程はcloud elementの上昇に伴って連続的に起こる
(・雲内及び雲の外で水平平均した量を扱う(z方向1次元のみ考える))

→ fig7.3

☆Cloud element中のAの保存式

$$[m + (\Delta m)_\varepsilon - (\Delta m)_\delta](A_c + \Delta A_c) = \cancel{mA_c} + A_e(\Delta m)_\varepsilon - A_c(\Delta m)_\delta + \left(\frac{\Delta A_c}{\Delta t}\right)_S m \Delta t \quad (7.13)$$

時刻t+Δtにおいて cloud elementが持つA

時刻tにおいて cloud elementが持つA

周囲からエントレインメントした分

周囲へデトレインメントした分

周囲と質量のやり取りをしなくても変化する分

$$m(\cancel{A_c + \Delta A_c}) + (\Delta m)_\varepsilon(A_c + \Delta A_c) - (\Delta m)_\delta(\cancel{A_c + \Delta A_c}) = \cancel{mA_c} + A_e(\Delta m)_\varepsilon - A_c(\Delta m)_\delta + \left(\frac{\Delta A_c}{\Delta t}\right)_S m \Delta t$$

$$\frac{\Delta A_c}{\Delta t} + \frac{(\Delta m)_\varepsilon}{m \Delta t} \Delta A_c - \frac{(\Delta m)_\delta}{m \Delta t} \Delta A_c = \left(\frac{\Delta A_c}{\Delta t}\right)_S + \frac{1}{m} \frac{(\Delta m)_\varepsilon}{\Delta t} (A_e - A_c)$$

整理し、両辺をmΔtで割り、Δt→0

デトレインメントの効果は表れなくなる
雲内の質量平均は、外部から異物が加わったときのみ変化する、雲内のものが出て行く分には質量平均は変化しない

ラグランジュ的にcloud elementを追跡したときのAの変化率

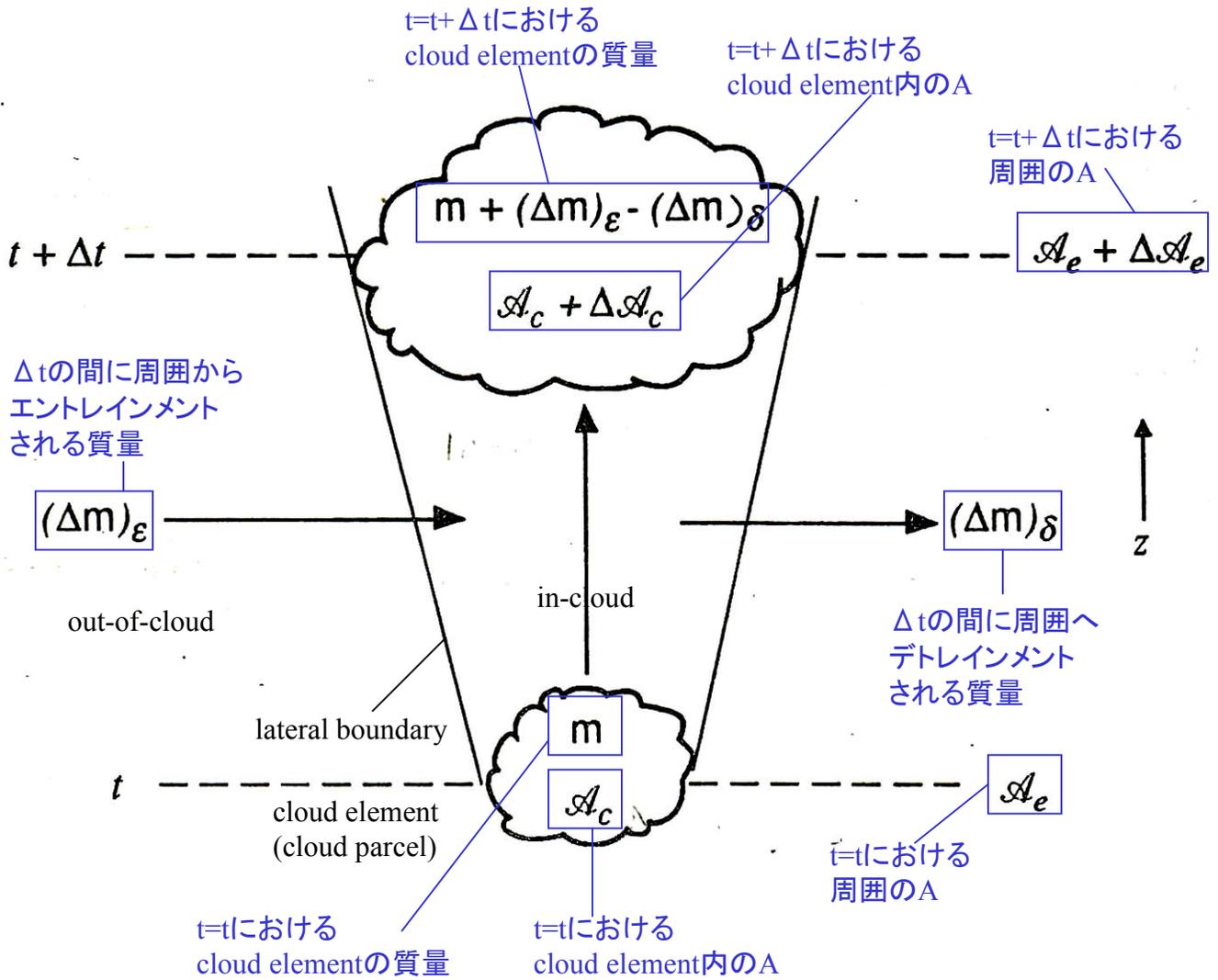
$$\frac{DA_c}{Dt} = \left(\frac{DA_c}{Dt}\right)_S + \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt}\right)_\varepsilon (A_e - A_c) \quad (7.14)$$

周囲と質量のやり取りをしない場合のラグランジュ的にcloud elementを追跡したときのAの変化率

エントレインメントの効果

Fig7.3

上昇しながら周囲と相互作用する
cloud elementの概念図



A: 空気単位質量あたりの量 (エネルギー、水蒸気の質量、運動量等)、m: 質量

添え字

e: 周囲の値、c: 雲内の値、 ε : 周囲からエントレインメントされる、
 δ : 周囲へデトレインメントされる、S: 周囲と質量のやり取りをしない場合

☆Aの保存式(7.14)でAをh、w、qとした場合を考える

1. 湿潤静止エネルギーhの保存

$h \equiv c_p T + Lq_v + gz$ (7.15) 湿潤静止エネルギーhの定義

雲の内部のhを考えD(7.15)/Dtをとり
エントレインメントがない場合を考える

$$\left(\frac{Dh_c}{Dt}\right)_s = c_p \frac{DT_c}{Dt} + L \frac{Dq_{vc}}{Dt} + \frac{D(gz)}{Dt}$$

熱力学の第一法則

エントレインメントがなく断熱(蒸発と凝結による潜熱以外)の場合

$$c_p \frac{DT_c}{Dt} - \alpha_c \frac{Dp_c}{Dt} = -L \frac{Dq_{vc}}{Dt} \quad (2.12)$$

静水圧平衡の式

$$\left(\frac{Dh_c}{Dt}\right)_s = \alpha_c \frac{Dp_c}{Dt} + \frac{Dgz}{Dt}$$

$$\frac{\partial(gz)}{\partial p_c} = \frac{\partial \phi}{\partial p_c} = -\alpha_c \quad (2.38)$$

$$\phi = gz + const$$

$$\partial \phi = \partial(gz)$$

Cloud elementの上昇に伴う圧力変化が
静水圧平衡で近似できるとする

$$\left(\frac{Dh_c}{Dt}\right)_s = 0 \quad (7.16)$$

$$\frac{Dh_c}{Dt} = \left(\frac{Dh_c}{Dt}\right)_s + \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt}\right)_\epsilon (h_e - h_c) \quad (7.14) \text{で} A=h \text{とした式}$$

$$\frac{Dh_c}{Dt} = \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt}\right)_\epsilon (h_e - h_c) \quad (7.17)$$

(ii) 潜熱による加熱

$$\frac{DT_c}{Dt} = \underbrace{-\frac{g}{c_p} w_c}_{(i) \text{ 乾燥断熱冷却}} + \underbrace{\frac{L}{c_p} \frac{Dq_{vc}}{Dt}}_{(ii) \text{ 潜熱による加熱}} + \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt}\right)_\epsilon \left[(T_e - T_c) + \frac{L}{c_p} (q_{ve} - q_{vc}) \right] \quad (7.18)$$

(i) 乾燥断熱冷却

(iii) エントレインメントの効果

2. 鉛直風速wの保存

(7.14)でA=wとした式

$$\frac{Dw_c}{Dt} = \left(\frac{Dw_c}{Dt}\right)_s + \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt}\right)_\epsilon (w_e - w_c)$$

鉛直方向の運動方程式

$$\left(\frac{Dw}{Dt}\right)_s = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p^*}{\partial z} + B \quad (7.1)$$

$w_c \gg w_e, \rho_0 = \rho_e$ とする

$$\frac{Dw_c}{Dt} = -\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial p^*}{\partial z} + B + \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt}\right)_\epsilon w_c \quad (7.19)$$

ρ_e はラジオゾンデ観測等から与える

(7.1)式 + エントレインメントの効果

3. 水物質の混合比qiの保存

(7.14)でA=qiとした式

$$\frac{Dq_{ic}}{Dt} = \left(\frac{Dq_{ic}}{Dt}\right)_s + \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt}\right)_\epsilon (q_{ie} - q_{ic}), (i=1, \dots, n)$$

水物質の保存式

$$\left(\frac{Dq_i}{Dt}\right)_s = S_i, (i=1, \dots, n) \quad (2.21)$$

nは考慮する水物質の種類数
kは考慮する降水粒子の種類数
(n=k+1)

$$\frac{Dq_{vc}}{Dt} = -C + \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt}\right)_s (q_{ve} - q_{vc}) \quad (7.20)$$

$$\frac{Dq_{ic}}{Dt} = S_i + \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt}\right)_\epsilon (q_{ie} - q_{ic}), (i=1, \dots, k) \quad (7.21)$$

Cは正味の凝結(あるいは蒸発)率、Siは生成消滅項で
仮定するwater-continuity modelに依存する

☆一次元ラグランジュ型積雲モデルの基礎式

積雲中を上昇する気塊中の湿潤静止エネルギー、鉛直風速、水物質の保存式

(7.18)、(7.19)、(7.20)、(7.21)

$$\frac{D}{Dt} = \frac{D}{Dz} \frac{Dz}{Dt} = w \frac{D}{Dz}$$

$$\frac{DT_c}{Dz} = -\frac{g}{c_p} - \frac{L}{c_p} \frac{Dq_{vc}}{Dz} + \Lambda \left[(T_e - T_c) + \frac{L}{c_p} (q_{ve} - q_{vc}) \right] \quad (7.22)$$

$$\frac{D}{Dz} \left(\frac{1}{2} w_c^2 \right) = -\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial p^*}{\partial z} + B - \Lambda w_c^2 \quad (7.23)$$

$$\frac{Dq_{vc}}{Dz} = -\frac{C}{w_c} + \Lambda (q_{ve} - q_{vc}) \quad (7.24)$$

$$\frac{Dq_{ic}}{Dz} = \frac{S_i}{w_c} + \Lambda (q_{ie} - q_{ic}), i = 1, \dots, k \quad (7.25)$$

$$\Lambda \equiv \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dz} \right)_e \quad (7.26)$$

Λ と p^* を決めてやれば T_c 、 w_c 、 q_{vc} 、 q_{ic} が求まる

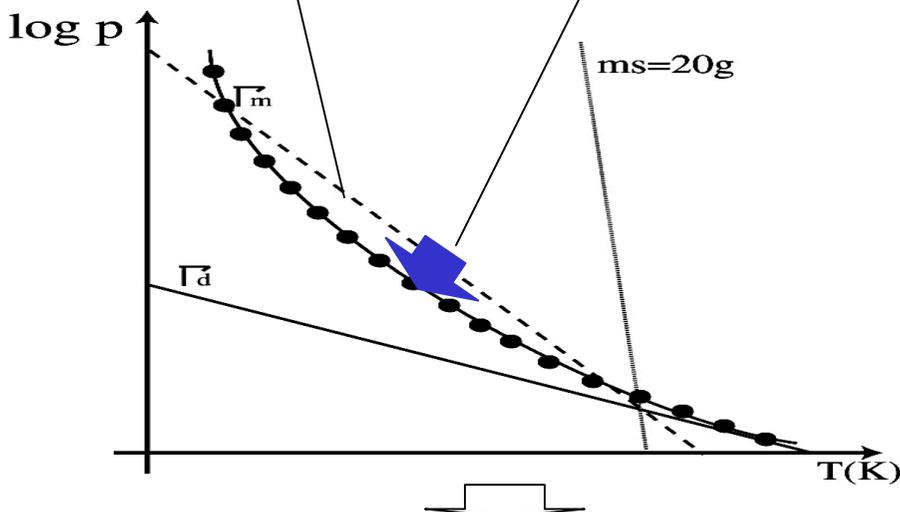
ただし、これらの式から求まるのは積雲中を上昇する気塊の経路に沿った値であり、気塊が同じように絶え間なく上昇する定常状態の雲以外では雲中の鉛直プロファイルとは一致しない

気塊の高さによる温度変化

$$\frac{DT_c}{Dz} = -\frac{g}{c_p} - \frac{L}{c_p} \frac{Dq_{vc}}{Dz} + \Lambda \left[(T_e - T_c) + \frac{L}{c_p} (q_{ve} - q_{vc}) \right] \quad (7.22)$$

凝結は考慮するがエントレインメントは考慮しないときの気塊の高さによる温度変化
この項のみだと図中の破線のように気塊の高さによる温度変化は湿潤断熱源率に従う

エントレインメントの効果
この項の効果が強くなると、気塊の高さによる温度変化が周囲の気温(図中の点つき線)に近づく



Stommel(1947)の観測結果を説明できる

☆一次元ラグランジュ型積雲モデルの基礎式

$$\frac{DT_c}{Dz} = -\frac{g}{c_p} - \frac{L}{c_p} \frac{Dq_{vc}}{Dz} + \Lambda \left[(T_e - T_c) + \frac{L}{c_p} (q_{ve} - q_{vc}) \right] \quad (7.22)$$

$$\frac{D}{Dz} \left(\frac{1}{2} w_c^2 \right) = -\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial p^*}{\partial z} + B - \Lambda w_c^2 \quad (7.23)$$

$$\frac{Dq_{vc}}{Dz} = -\frac{C}{w_c} + \Lambda (q_{ve} - q_{vc}) \quad (7.24)$$

$$\frac{Dq_{ic}}{Dz} = \frac{S_i}{w_c} + \Lambda (q_{ie} - q_{ic}), i=1, \dots, k \quad (7.25)$$

$$\Lambda \equiv \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dz} \right)_\varepsilon \quad (7.26)$$

Λ と p^* を決めてやれば T_c , w_c , q_{vc} , q_{ic} が求まる

積雲を3つの実験室で実験可能な現象と似たものとみなして質量保存を考えて与える

jet(噴流)、thermal(上昇温暖気流)、starting plume

☆ jet model

雲の中の上昇流は第一近似として定常な機械的に駆動される噴流(fig7.4)のようにふるまうとする

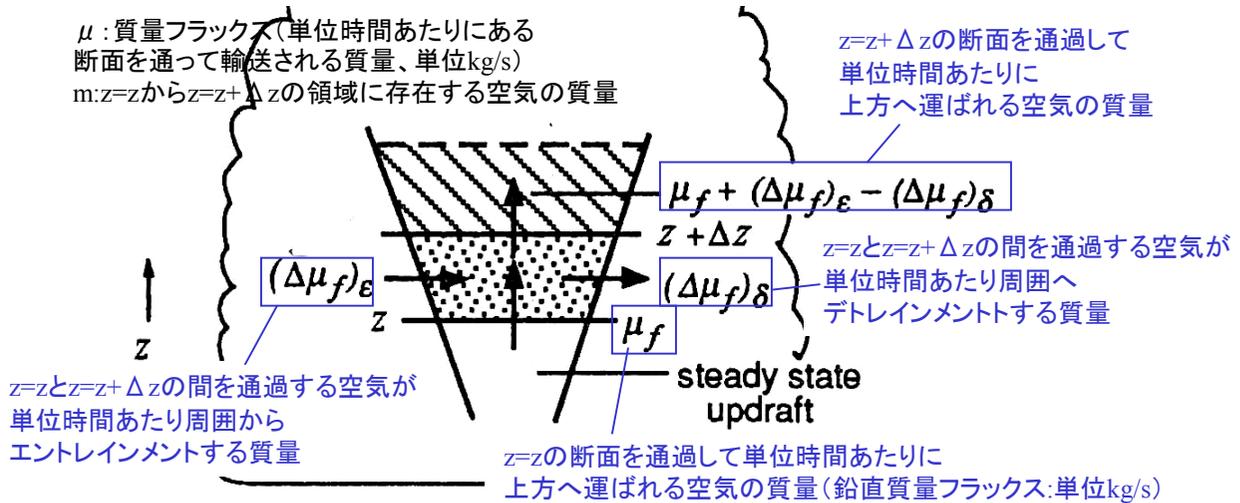
・エントレインメントは起こるがデトレインメントは起こらない

Fig7.5

定常状態のjetによる積雲中の上昇流のモデル化

パーセルを追跡するのではなく、 $z=z \sim z+\Delta z$ の領域に注目して考えている

μ : 質量フラックス(単位時間あたりにある断面を通過して輸送される質量、単位kg/s)
 m : $z=z$ から $z=z+\Delta z$ の領域に存在する空気



tで $z=z$ にあった気塊は $t+\Delta t$ で $z=z+\Delta z$ まで上昇する

$z=z$ から $z=z+\Delta z$ に存在する質量 m の空気は Δt の間にすべて入れ替わる

$$m = \mu_f \Delta t \quad (7.27)$$

$z=z$ から $z=z+\Delta z$ に存在する質量 m の空気が Δt の間に周囲からエントレインメントする質量

$$(\Delta m)_\varepsilon = (\Delta \mu_f)_\varepsilon \Delta t \quad (7.28)$$

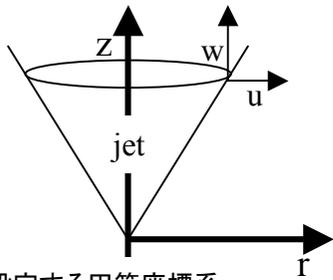
$$\frac{1}{m} (\Delta m)_\varepsilon = \frac{1}{\mu_f} (\Delta \mu_f)_\varepsilon \quad (7.29)$$

両辺 Δz で割り、 $\Delta z \rightarrow 0$

$$\frac{1}{m} \left(\frac{\partial m}{\partial z} \right)_\varepsilon = \frac{1}{\mu_f} \left(\frac{\partial \mu_f}{\partial z} \right)_\varepsilon \longrightarrow \Lambda \equiv \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dz} \right)_\varepsilon = \frac{1}{\mu_f} \left(\frac{d\mu_f}{dz} \right) \quad (7.30)$$

定常状態のjetを考えているためある瞬間におけるz方向の変化とラグランジュ的に気塊を追跡した場合のz方向の変化が等しくなる

室内実験のジェット: circularly symmetric、非圧縮



設定する円筒座標系

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0 \quad (2.55)$$

Boussinesq近似的質量保存式
(非圧縮だから)

円筒座標系で
表示

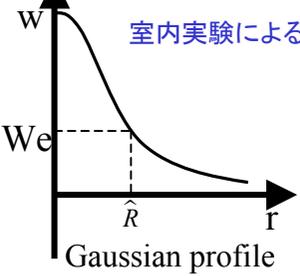
$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{u})}{\partial r} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (7.31)$$

circularly symmetricだから
接線方向の速度を持たない

$$\bar{w} = W(z)e^{-(r/\hat{R})^2} \quad (7.32)$$

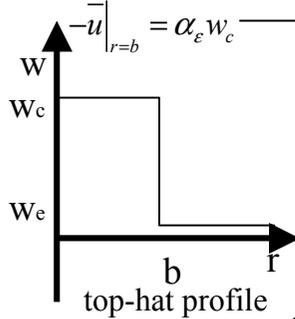
$$-\bar{u}|_{r=\hat{R}} = \alpha_\epsilon W \quad (7.35)$$

室内実験による



近似

$$\bar{w} = \begin{cases} w_c(z), & 0 < r < b \\ w_e(z), & r > b \end{cases} \quad (7.33)$$



$$\frac{d}{dz}(w_c b^2) = -2b\bar{u}(b) \quad (7.34)$$

$$\frac{d}{dz}(w_c b^2) = 2\alpha_\epsilon b w_c \quad (7.36)$$

$$\mu_f = \rho \pi w_c b^2$$

$$\rho = \text{const}$$

$$\frac{1}{\mu_f} \frac{d\mu_f}{dz} = \frac{2\alpha_\epsilon}{b} \quad (7.37)$$

デトレインメントが起こらず非圧縮
のため、質量フラックスの変化は
すべてエントレインメントによる

(7.30)

$$\frac{db}{dz} = -\frac{1}{2}b \frac{d \ln w_c}{dz} + \alpha_\epsilon \quad (7.39)$$

$$\Lambda = \frac{1}{\mu_f} \left(\frac{d\mu_f}{dz} \right)_\epsilon = \frac{1}{\mu_f} \left(\frac{d\mu_f}{dz} \right) = \frac{2\alpha_\epsilon}{b} \quad (7.38)$$

$\alpha_\epsilon = 0.1$ 室内実験による

積雲: circularly symmetric

$$\nabla \cdot (\rho_0 \bar{v}) = 0 \quad (2.54)$$

非弾性近似の質量保存式
(非圧縮でない)

円筒座標系で表示

$\rho_0 = \rho_e$ とする

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho_e r \bar{u})}{\partial r} + \frac{\partial(\rho_e \bar{w})}{\partial z} = 0 \quad (7.40)$$

上記の室内実験の
ジェットと同じやり方

$$\frac{Db}{Dz} = -\frac{1}{2}b \frac{D}{Dz} \ln(\rho_e w_c) + \alpha_\epsilon \quad (7.41)$$

$$\Lambda = \frac{1}{\mu_f} \left(\frac{d\mu_f}{dz} \right)_\epsilon = \frac{2\alpha_\epsilon}{b} \quad (7.38)$$

$\alpha_\epsilon = 0.1$ 室内実験による

鉛直方向の運動量保存式

$p^* = 0$ を仮定

$$\frac{D}{Dz} \left(\frac{1}{2} w_c^2 \right) = -\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial p^*}{\partial z} + B - \Lambda w_c^2 \quad (7.23)$$

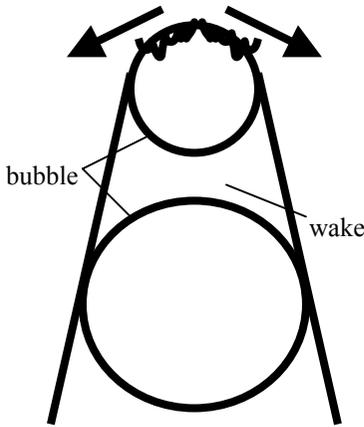
$$w_c \frac{Dw_c}{Dz} = B - \frac{0.2}{b} w_c^2 \quad (7.42)$$

定常状態ジェットに類似した積雲対流モデルは式(7.22),(7.24),(7.25),(7.41),(7.42)で構成される

$p^*=0$ と仮定していることは7.2節の話と矛盾する。しかし、一度定常状態のジェットが形成されると、ジェット内を上昇する気塊は上の方の気塊も同じように動いているため、上の空気を押し上げて進むわけではない。そのため鉛直の気圧傾度は大きくなく、 $p^*=0$ としてもある程度は許される

☆ Bubble model

jet modelでは多くの対流雲が持つ非定常な性質を表現できないが
以下に示すbubbleモデルでは多くの積雲が成長する際の特徴を定性的に表現できる



bubble: 浮力を持った空気塊

wake: bubbleの下の雲内の空気と周囲の空気が混合した部分

上の空気をbubbleが押し上げる

押し上げると同時にbubbleの表面が削られ、bubbleがなくなるまで繰り返される

新しいbubbleが前のbubbleによって作られたwakeのなかをのぼってくる

wakeは周囲より多くの水蒸気を含むため、新しいbubbleの方がより高く上昇する

最も高く上昇したbubbleが雲頂を形成する

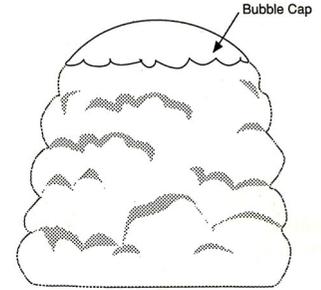
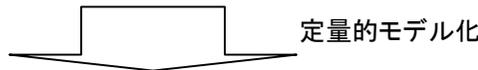


fig7.6



仮定

- bubbleは球形で、削られていっても球形のまま
- エントレインメントは起こらず、デトレインメントのみ起こる

$$\frac{D}{Dz} \left(\frac{1}{2} w_c^2 \right) = -\frac{1}{\rho_e} \frac{\partial p^*}{\partial z} + B - \Lambda w_c^2 \quad (7.23) \quad \begin{array}{l} \text{鉛直方向の運} \\ \text{動量保存式} \end{array}$$

$$\Lambda = 0 \quad D_R = \frac{1}{\rho_e} \frac{\partial p^*}{\partial z}$$

$$w_c \frac{Dw_c}{Dz} = -D_R + B \quad (7.43)$$

$$D_R \propto w_c^2 \quad \text{等を仮定して与える}$$

$$D_R = -0.33B$$

しかし、エントレインメントが起こらないとしているので、bubbleモデルでは雲の中の空気が薄められているという観測結果を説明できない

室内実験の結果(fig7.7)では、デトレインメントが起こると同時にエントレインメントも起こり、むしろ体積は増えている

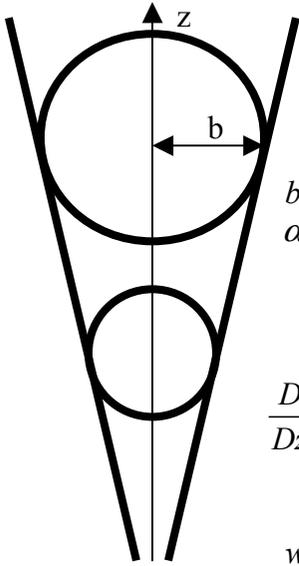


エントレインメントが起こるbubble(thermal)を考える

デトレインメントは周囲が安定成層のときのみ起こる

雲の境界で蒸発による冷却が起こるときにエントレインメントによる混合よりもbubble model的な性質が重要になる

☆ thermal model



周囲が中立の場合の室内実験におけるthermalをラグランジュ的に追跡する

上昇するにつれ
円錐状に球の半径
が広がっていく

$$b = \alpha_\epsilon z \quad (7.44)$$

$$\alpha_\epsilon = 0.2$$

室内実験による

周囲が中立の場合デトレインメントが起こらない

$$\frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt} \right)_\epsilon = \frac{1}{(4/3)\pi b^3} \frac{D}{Dt} \left[(4/3)\pi b^3 \right] \quad (7.45)$$

$$w_c = \frac{Dz}{Dt} \text{ で割る}$$

$$\Lambda = \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dz} \right)_\epsilon = \frac{3\alpha_\epsilon}{b} \quad (7.46)$$

bに反比例することはjet modelと同じだが、 Λ の値は3倍になっている

$$\frac{D}{Dz} \left(\frac{1}{2} w_c^2 \right) = -\frac{1}{\rho_\epsilon} \frac{\partial p^*}{\partial z} + B - \Lambda w_c^2 \quad (7.23) \quad \text{鉛直方向の運動量保存式}$$

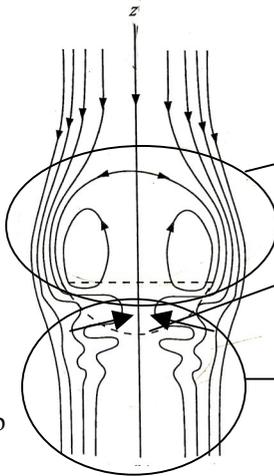
$$w_c \frac{Dw_c}{Dz} = -D_R + B - \frac{0.6}{b} w_c^2 \quad (7.47)$$

気圧傾度力

bubble modelと同じ形
thermalが周囲の空気を押しのけて
上昇する効果が入っている

エントレインメント項
jet modelと同じ形
しかし大きさは3倍

☆ starting plume model



室内実験(fig7.7のような)によるthermalにおける
エントレインメントのメカニズムを詳しく考える

Hill's vortex(fig7.8,fig7.9a)に似ている

エントレインメントはHill's vortexの上昇流に
よってwakeから行われると考えられる

雲内の空気と周囲の空気が
混ざったwake

fig7.9b

室内実験で定常なジェットが形成される過程で

左図のような現象(starting plume)が見られる

thermalの観測結果(上記)から、thermalへのエントレインメントは雲内
の空気と周囲の空気が混合した定常状態のジェットから行われる

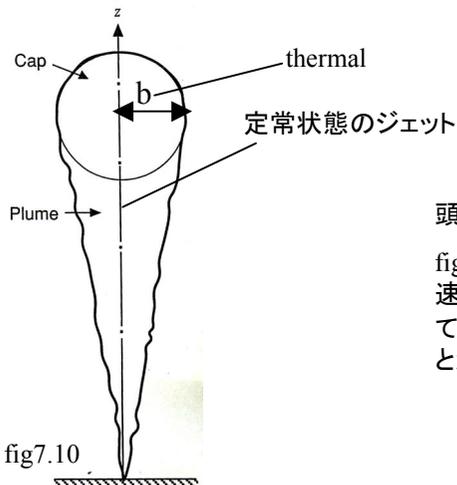


fig7.10

頭についているthermalの中の空気は孤立したthermalほど早くは薄められない
fig7.11に示すように、偶然にも定常状態のジェット内とthermal内とで鉛直方向
速度の半径方向の分布が似ていることから、頭にくっついてthermalについて、
定常状態のジェットからのエントレインメントを考慮に入れた次の式を導くことができる

$$\Lambda = \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dz} \right)_\epsilon = \frac{0.2}{b} \quad (7.48)$$

$$w_c \frac{Dw_c}{Dz} = -D_R + B - \frac{0.2}{b} w_c^2 \quad (7.49)$$

式自体はthermal modelと同じ形で、エントレインメント率だけが定常状態のジェットと同じ

☆雲頂高度の再現計算

- ・ b は一つの積雲で一定とし、飛行機の観測で目で見て決める
- ・周囲の熱力学的変数は周辺でラジオゾンデ観測を行って決める



エントレインメント率 Λ が jet model 及び starting plume model で用いる $0.2/b$ で最もよく雲頂高度を再現できた

しかし、

- ・雲頂高度は積雲モデルの性質よりも周囲の安定度にしはいされるため、積雲モデルの妥当性を検証するのに適しているとはいえない
- ・また、これまで考えてきた一次元ラグランジュ型積雲モデルでは雲長高度と液水量を同時に予報することが不可能であることがわかった



不連続、非一様なエントレインメントを考えることが必要

—————▶ 7.3.3へ

7.3.3 Discontinuous, Inhomogeneous Entrainment

前節で取り扱ってきた一瞬で混ざる側方からの連続的一様性エントレインメントでは、

- ・降水粒子の含有量と雲頂高度を同時に正確に予報できない
- ・降水粒子のサイズごと数密度の分布が狭くなる(観測では気塊が上昇するにつれて変わらないか広がる)



基本的な仮定(エントレインメントが一瞬で起こり、cloud element全体に完全に混ざる。エントレインメントは時間的空間的に連続で、側方からのみ起こる)の見直しが必要



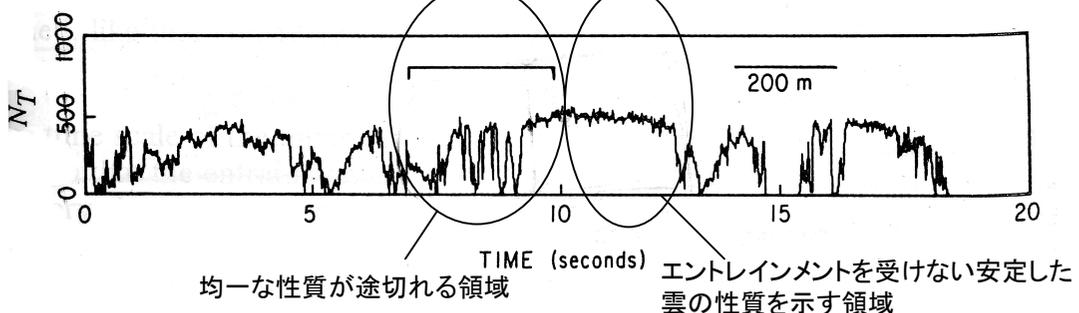
不連続的非一様性エントレインメント

エントレインメントは連続した流れの形で起こるのではなく、時空間的に間欠なパルスの形で起こる

積雲中の上昇流の中の乱れはfig7.12に示す室内実験でのplumeと同じと考える

乱れによるエントレインメントは雲と周囲との境界で起こっている

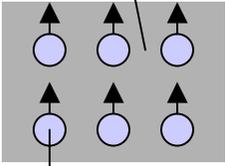
fig7.13 航空機で観測した水物質の数密度



室内実験と観測データの両方から

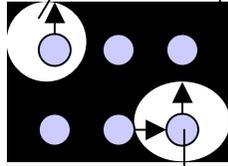
- ・雲中を上昇する気塊は時々しかエントレインメントされた空気と混合しない(混合は時間について不連続に起こる)
- ・瞬時に混合しないため、巻き込まれた周囲の空気の塊が局在したまま残る(混合は空間的に非一様である)

雲内の空気とエントレインメントされた空気が混ざったもの

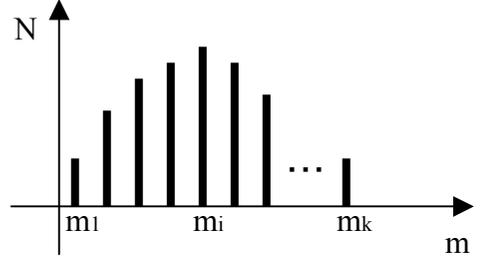


水滴
 $\tau_m \ll \tau_e$ (7.50)

エントレインメントされた空気
雲内の空気



水滴
 $\tau_e \ll \tau_m$ (7.51)



☆水粒子の数密度の分布について詳しく見ていく

一次元ラグランジュ型積雲モデル(jet model)

$$\frac{DT_c}{Dz} = -\frac{g}{c_p} - \frac{L}{c_p} \frac{Dq_{vc}}{Dz} + \Lambda \left[(T_e - T_c) + \frac{L}{c_p} (q_{ve} - q_{vc}) \right] \quad (7.22)$$

$$\frac{Dq_{vc}}{Dz} = -\frac{C}{w_c} + \Lambda (q_{ve} - q_{vc}) \quad (7.24)$$

$$\frac{Dq_{ic}}{Dz} = \frac{S_i}{w_c} + \Lambda (q_{ie} - q_{ic}), i=1, \dots, k \quad (7.25)$$

$$\Lambda = \frac{1}{\mu_f} \left(\frac{d\mu_f}{dz} \right)_\varepsilon = \frac{2\alpha_\varepsilon}{b} \quad (7.38)$$

$$\frac{Db}{Dz} = -\frac{1}{2} b \frac{D}{Dz} \ln(\rho_e w_c) + \alpha_\varepsilon \quad (7.41)$$

$$w_c \frac{Dw_c}{Dz} = B - \frac{0.2}{b} w_c^2 \quad (7.42)$$

$$\alpha_\varepsilon = 0.1$$

雲の微物理を陽に取り扱う式(3.52)、(3.53)を使う

使わない

使わない

$w_c = const$
を仮定

・水粒子の数密度の保存式(3.52)を詳しく見ていく

空気の膨張による変化 微物理過程による変化

$$\frac{DN_i}{Dt} = -N_i \nabla \cdot \vec{v} + n_i + D_i + C_i + B_i + F_i, i=1, \dots, k \quad (3.52)$$

- ・雲の発達の初期段階のみ扱う
- ・水平方向の空気の動きはない
- ・ $w_c = const$
- ・エントレインメントは粒径分布に影響を与える

- k: 水粒子の粒径による分類の総数
- N_i : i に分類される水粒子の数密度
- n_i : 水蒸気からの核生成による N_i の変化
- D_i : 水蒸気の拡散による N_i の変化
- C_i : 降水粒子の併合による N_i の変化
- B_i : 降水粒子の崩壊による N_i の変化
- F_i : 降水粒子の降下による N_i の変化

水蒸気の拡散による数密度の変化

$$\frac{DN_i}{Dt} = n_i + D_i + \varepsilon_i, i=1, \dots, k \quad (7.52)$$

水蒸気からの核生成による数密度の変化

エントレインメントによって薄められる効果

$$\varepsilon_i = -L N_i \quad (7.55)$$

L: エントレインメント率(1/s)

凝結の効果 蒸発の効果

$$D_i = D_{ic} + D_{ie} \quad (7.53)$$

$$D_{ic} = -\frac{\partial}{\partial m} [m_{cond} N] \Big|_{m=m_i} \quad (7.54)$$

m_i : i に分類される水粒子一個の質量

m_{cond} : 質量 m の水粒子一個あたりの凝結による質量の変化率

↑
3.1.2で議論しているようなやり方で決められる

エントレインメントされた空気の効果を考慮して表現する

・ 3通りの状況を考えエントレインメント率Lと蒸発による水粒子iの数密度の変化Dieをあたえ、水粒子の数密度分布の時間発展を追跡しやすいようにniを決めてやる

(1) エントレインメントがない場合

$$\frac{DN_i}{Dt} = n_i + D_i + \varepsilon_i, i=1, \dots, k \quad (7.52)$$

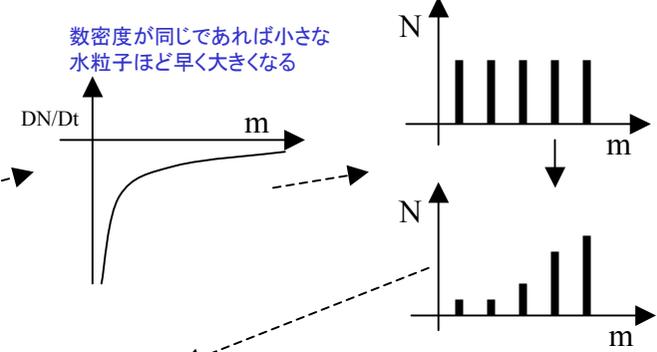
$L = 0$ エントレインメントがない
 $n_i = 0$ 核生成は起こらないとする
 $D_{ie} = 0$ 水蒸気は飽和したまま

$$\frac{DN_i}{Dt} = D_{ic} = -\frac{\partial}{\partial m} [\dot{m}_{cond} N] \Big|_{m=m_i} \quad (7.56)$$

例えば $\dot{m}_{cond} = \frac{4\pi R \tilde{S}}{F_k + F_D} \propto \frac{4\pi m^{1/3} \tilde{S}}{F_k + F_D} \quad (3.14)$

$N_i(t=0) = N = const$ とする

$$\frac{DN_i}{Dt} = D_{ic} = -\frac{4\pi \tilde{S} N}{F_k + F_D} m^{-2/3}$$



気塊が上昇するにつれて粒径分布が狭くなり、観測結果に反する

(2) すぐに混ざり、時間的空間的に連続な側方からのエントレインメント(7-3-2節)

$$\frac{DN_i}{Dt} = n_i + D_i + \varepsilon_i, i=1, \dots, k \quad (7.52)$$

$L = \hat{L} = const > 0 \quad (7.57)$
 $D_{ie} = 0$

Lが十分小さく、瞬時に気塊全体で混合が行われるため、水蒸気は飽和したまま

$$\frac{DN_i}{Dt} = n_i + D_{ic} - \hat{L} N_i \quad i=1, \dots, k \quad (7.58)$$

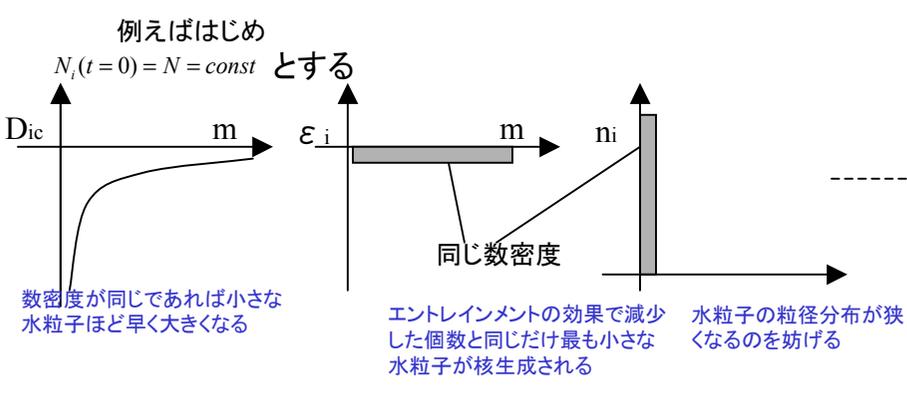
Aの保存式(7.14)でA=Niとしたものに相当

$$\frac{DA_i}{Dt} = \left(\frac{DA_c}{Dt} \right)_s + \frac{1}{m} \left(\frac{Dm}{Dt} \right)_e (A_e - A_c) \quad (7.14)$$

$$N_T = \sum_{i=1}^k N_i = const \quad (7.59) \quad \text{とする}$$

総核生成量と総エントレインメント量が同じになる

$$n_i = \begin{cases} -\sum_{j=1}^k \varepsilon_j, i=1 \\ 0, i=2, \dots, k \end{cases} \quad (7.60) \quad \begin{array}{l} \text{核生成によってできるのは最も} \\ \text{小さな水粒子であるとする} \end{array}$$



(1)ほどではないが気塊が上昇するにつれて粒径分布が狭くなり、観測結果に反する

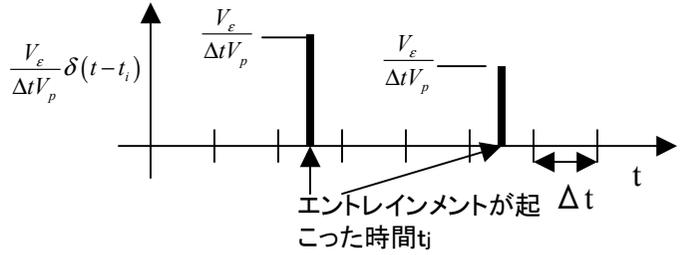
(3) 時間、空間ともに不連続なエントレインメント

$$\frac{DN_i}{Dt} = n_i + D_i + \varepsilon_i, i=1, \dots, k \quad (7.52) \text{ をそのまま使う}$$

時間についての不連続性

$$L = \frac{V_\varepsilon}{\Delta t V_p} \sum_j \delta(t - t_j) \quad (7.61)$$

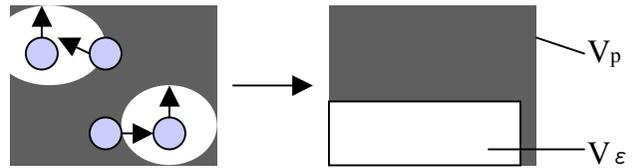
$$\varepsilon_i = -LN_i = -\left[\frac{V_\varepsilon}{\Delta t V_p} \sum_j \delta(t - t_j) \right] N_i \quad (7.62)$$



空間についての不連続性

エントレインメントが起こると、その影響を受ける領域中のすべての水粒子から蒸発が起こるとする

$$D_{ie} = -\hat{\phi} N_i \sum_j \delta(t - t_j) \quad (7.63)$$



$$\hat{\phi} = \frac{V_\varepsilon [\rho q_{vs}(T) - \rho_e q_{ve}]}{\Delta t V_p \rho q_L} \quad (7.64)$$

エントレインメントされた空気へ蒸発する水蒸気の質量
 考えている領域の中に含まれている水粒子の質量
 考えている領域中に含まれる水粒子の質量に対する単位時間あたりに蒸発する水蒸気の質量

$q_{vs}(T)$: 温度 T の時の飽和比湿

q_{ve} : 周囲の比湿

q_L : 領域中に存在する降水粒子の比湿の和

ρ : 雲中の空気の密度

ρ_e : 周囲の空気の密度

$$N_T = \sum_{i=1}^k N_i = \text{const} \quad (7.59) \text{ とする}$$

総核生成量と総エントレインメント量 + 総蒸発量が同じになる

$$n_i = \begin{cases} -\sum_{j=1}^k (D_{je} + \varepsilon_j), & i=1 \\ 0, & i=2, \dots, k \end{cases} \quad (7.65)$$

核生成によってできるのは最も小さな水粒子であるとする

$$\frac{DN_i}{Dt} = n_i + D_i + \varepsilon_i, i=1, \dots, k \quad (7.52)$$

$$D_i = D_{ic} + D_{ie} \quad (7.53)$$

$$D_{ic} = -\frac{\partial}{\partial m} [\dot{m}_{cond} N] \Big|_{m=m_i} \quad (7.54)$$

及び(7.62)、(7.63)、(7.65)を用いて N_i を計算する



気塊が上昇しても粒径分布があまり変わらず、観測結果とよく一致する



不連続非一様なエントレインメントが概念モデルとして連続一様なエントレインメントよりも説得力がある一つの根拠となる

☆航空機観測で得られた熱力学変数をもていく

・Paluch diagram

$$\widehat{F} = (1-f)\widehat{F}_1 + f\widehat{F}_2 \quad (7.66)$$

$$\widehat{G} = (1-f)\widehat{G}_1 + f\widehat{G}_2 \quad (7.67)$$

\widehat{F}, \widehat{G} : ある保存量

添え字1: 1番目の気塊における量

添え字2: 2番目の気塊における量

f: 最終的な混合物の中で2番目の気塊が占める質量の割合

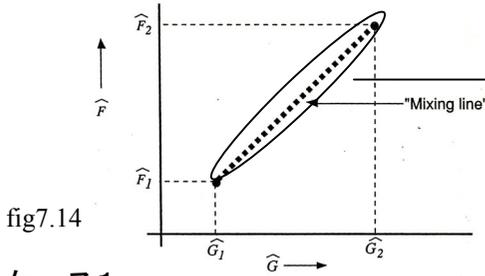
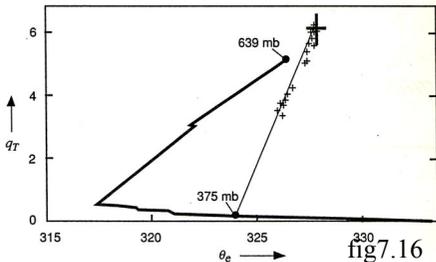


fig7.14

fを変化させてプロットすると直線上に乗る

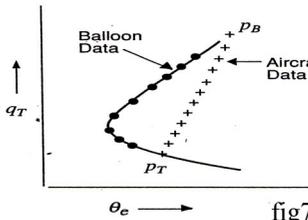
以下、降水が発生しておらず氷を含まない雲を取り扱い、
F、Gとして $q_T = q_v + q_c$ と相当温位 θ_e を考え、ラジオゾンデ観測と飛行機観測の結果をPaluch diagram上にプロットする

・ケース1



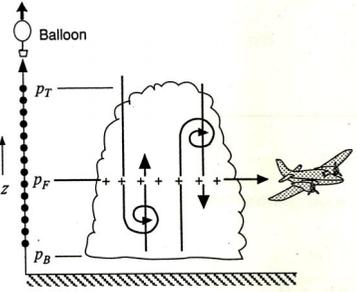
ラジオゾンデと飛行機による観測データ

fig7.16



飛行機で観測したデータが、ラジオゾンデ観測で得られた雲頂のデータと雲底のデータを結ぶ直線上にプロットされる

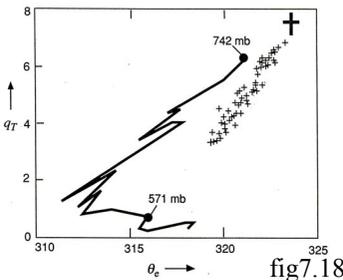
fig7.15



飛行機の観測高度を通過する気塊は、雲頂から来た気塊が雲底から来た気塊によって薄められたものか、雲底から来た気塊が雲頂から来た気塊によって薄められたものである

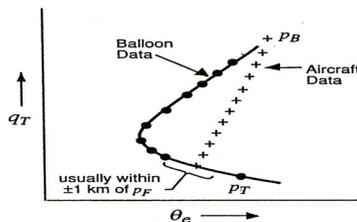
側方からのエントレインメントのみが起るのではなく、鉛直方向のエントレインメントと混合が支配的になることもある

・ケース2



ラジオゾンデと飛行機による観測データ

fig7.18



飛行機で観測したデータが、ラジオゾンデ観測で得られた雲底のデータと、雲頂より下の飛行機観測を行った高度近くのデータを結ぶ直線上にプロットされる

観測高度付近の一高度でエントレインメントを受けている

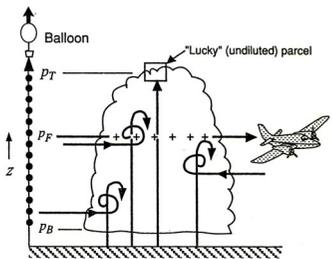


fig7.17

飛行機が観測を行った高度近くでエントレインメントを受けた気塊は、さまざまな割合で周囲の空気と混合する

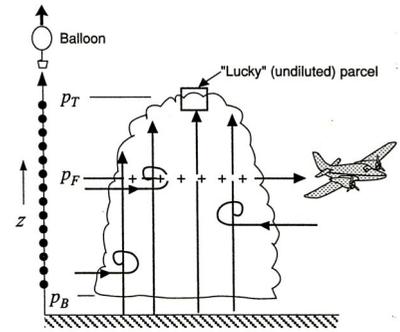
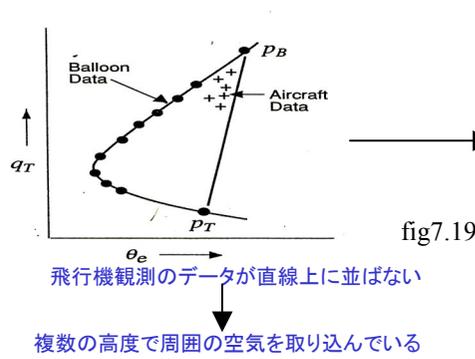
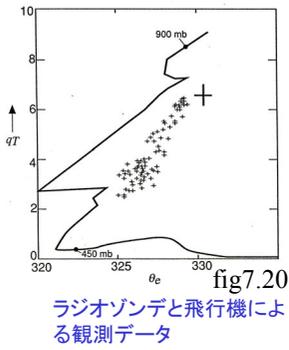
混合した割合によって、その高度で浮力を失うものもあれば、さらに高く上昇するものもある
雲頂まで到達するのは、エントレインメントを受けず薄められなかった気塊である

7.3.2で出てきたbubble modelを修正したものと本質的には同じ(雲頂に到達する気塊はエントレインメントを受けていない)だが、雲頂に到達できない気塊は侵食されてなくなるのではなく、エントレインメントによって浮力を失う点異なる

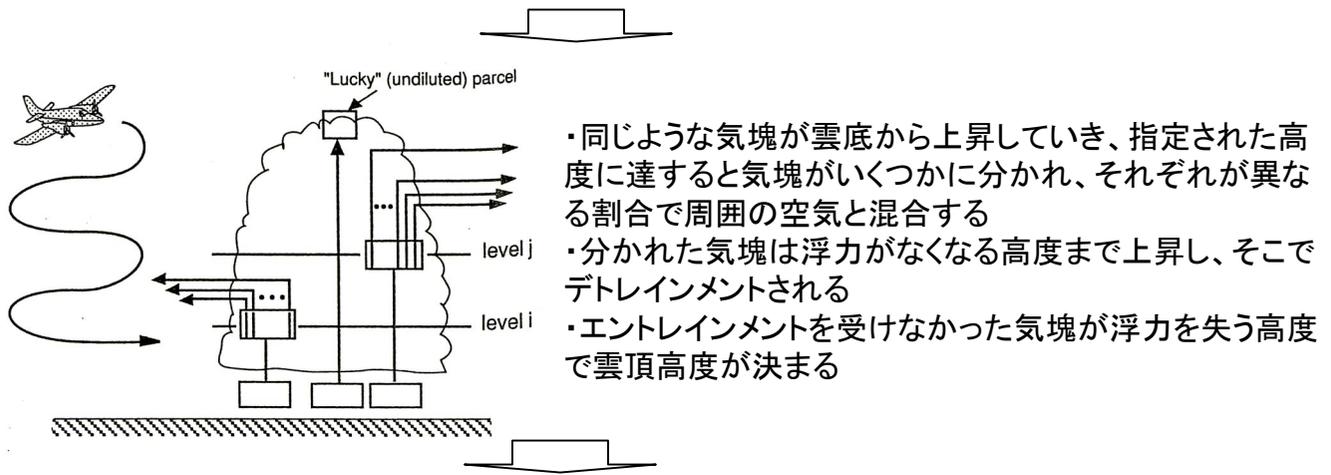
雲頂高度が、最も薄められなかった気塊が持つ浮力によって決定されるため、雲頂高度が高いのに、雲中のある高度における平均液水量がエントレインメントを受けない気塊と比べてかなり小さくなっていても説明がつく

本節のはじめで挙げた、連続一様性エントレインメントの問題点の一つが解決できる

・ケース3



同一の気塊が二回以上エントレインメントを受けている可能性もあるが、ある高度で一回だけエントレインメントを受けたさまざまな気塊が観測高度まで上昇してくると考えたほうが観測結果をよく再現できる



飛行機で観測した大陸上の積雲におけるデトレインメントの鉛直プロファイルとよく一致した

☆まとめ

以上より、不連続的非一様性エントレインメントを考えることにより、連続的一様性エントレインメントでは十分説明できなかった粒径分布、総液水量、雲頂高度がすべて定性的には説明された

今後はより定量的に扱いやすくしていく必要がある