ファジィ理論におけるメンバーシップ関数の決定

T99K039F　佐々木誠治

１はじめに
ファジィは、一般的に近似のための道具であり、良い非線形制御特性を有する。この特性を使って、非線形プラントを有効に制御することが可能であり、そのためにメンバーシップ関数パラメータの適正化が必要である。
研究の目的は、参照データであるノンリニアプラントとファジィ推論結果による近似を行い、エラー（誤差）の少ない最適なメンバーシップパラメータの決定を行う。
２ファジィ理論[1]
ファジィ理論は、ファジィルール、ファジィ集合、メンバーシップ関数、ファジィ推論からなる。
２.１ファジィルール
ファジィルールは、「もし～ならば～である。」というように、if-then で表現できる。
２.２ファジィ集合
ファジィ集合は、ある事実にどのくらい当てはまるかを、度合い（グレード）であらわしたものである。ファジィ集合は、縦軸をグレード、横軸をある事象の値とし、取り扱いが容易な三角形の形で表現する。
２.３メンバーシップ関数
ファジィ集合は、横軸が決まれば、グレードが１点に定まるので関数である。この関数のことをメンバーシップ関数という。
２.４ファジィ推論
推論とは、物事間の関係の知識（ファジィルール）を使って、別の知識を導くこと。
ファジィ推論結果の求め方
１ファジィルールを定義する。
２ファジィルールの中で、変数となるものをメンバーシップ関数で表す。
３入力値に対する各ルールの推論結果を求める。
４各ルール推論結果からルール全体の推論結果を求める。
２.５ファジィ推論計算法
２.５.１ファジィルール
if x is a1 and y is b1 then z1 is c1
if x is a2 and y is b2 then z2 is c2
２.５.２入力 x0、y0 に対する前件部適合度
W1=a1(x0) and b1(y0) W2=a2(x0) and b2(y0)
２.５.３各ルールの推論結果
z1=c1　z2=c2
２.５.４ルール全体の推論結果

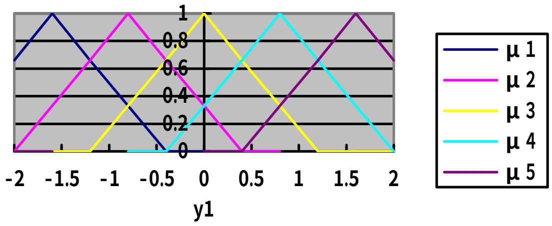
$$out = \frac{w_1 z_1 + w_2 z_2}{w_1 + w_2}$$

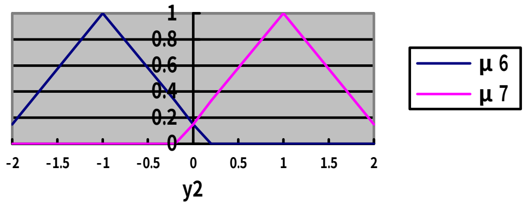
３ノンリニアプラント[2]
研究において利用するノンリニアプラントは、Wang と Yen によって調べられたセカンドオーダーのプラントである。非線形とは、一次関数のような線形ではない関数のことをいう。または、重ね合わせの関係が成り立たない現象のことである。
プラントは、非強制システムにおけるコントロール関数である。
方程式１

$$g((y1),(y2)) = \frac{(y1)\cdot(y2)\cdot(y2-0.5)}{1+(y1)^2\cdot(y2)^2}$$

４実験詳細、実験方法
実験目的は、プラントのノンリニアコンポーネントｇ（(ｙ１)、(ｙ２)）とファジィモデルが近づくことである。
４.１ファジィ推論結果の求め方
４.１.１ファジィルールを定義する。
ｙ１、ｙ２を、共に０．１刻みで、－２～２までの範囲内において動かし、ｇ（ｙ１、ｙ２）に代入し、シミュレーションする。
シミュレーションしたデータポイントのうち、１０点を選び出し、その点をファジィルールとして定義する。選び出し方には、特に規則はないので、なるべく等間隔に、広範囲に選び出すことにする。
ファジィルール-パターン１
ルール１：if y1(-1.6) and y2(1) then　z1(0.9)
ルール２：if y1(-0.8) and y2(1)then　z2(0.6)
ルール３：if y1(0.0) and y2(1)then　z3(0.0)
ルール４：if y1(0.8) and y2(1) then　z4(0.1)
ルール５：if y1(1.6) and y2(1)then　z5(0.5)
ルール６：if y1(-1.6) and y2(-1)then　z6(-0.9)
ルール７：if y1(-0.8) and y2(-1)then　z7(-0.6)
ルール８：if y1(0.0) and y2(-1)then　z8(0.0)
ルール９：if y1(0.8) and y2(-1)then　z9(-0.1)
ルール１０if y1(1.6)andy2(-1)then　z10(-0.5)
ルール１の場合、「もし、ｙ１が－１．６付近で、ｙ２が１付近のとき、ｚは０．９である」という意味のルールになる。

4.1.2メンバーシップ関数のパラメータ定義をする。(パラメータ a、b、c)
メンバーシップ関数は、扱いが容易な三角形メンバーシップを使用する。三角形メンバーシッププパラメータは a、b、c の３つとなる。
パラメータ定義は、μ１からμ７まで定義する。
図１初期状態のメンバーシップ関数





4.1.3各ルールの前件部適合度を求める。
ファジィルールの前件部は、y１とy２があるので、ファジィ推論のための適合度計算が必要になる。また、この適合度計算には、AND 演算を行う。AND 演算は、小さい方の値をとる演算である。
ファジィルール１の場合、適合度計算式は、以下のようになる。
R1 μ１（y１）・μ７（y２）＝w1 z1=0.9
4.1.4入力y１y２に対するファジィ推論結果を求める。

$$out = \frac{z_1 w_1 + z_2 w_2 + z_3 w_3 + \cdots + z_8 w_8 + z_9 w_9 + z_{10} w_{10}}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_8 + w_9 + w_{10}}$$

4.2ファジィ推論結果とノンリニアプラント（方程式１）の近似誤差を求める。
4.2.1まず、ノンリニアプラントのｇは、方程式１に入力y１、y２を代入して求める。
4.2.2次に、入力y１、y２に対するファジィ推論結果（gf）を求める。
4.2.3g と gf の差（エラー）を求める。
4.2.4さらに、入力y１y２を更新し、上記を繰り返して、エラーの合計値 Error を求める。
エラーの求め方

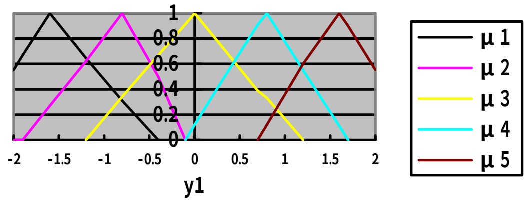
$$y_{1i} = -2 + i\Delta \quad (i = 0 \cdots N)$$

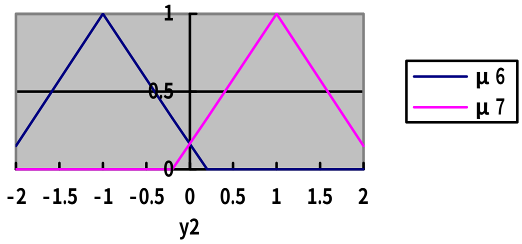
$$y_{2j} = -2 + j\Delta \quad (j = 0 \cdots N)$$

$$Error = \Delta^2 \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} \left[g(y_1 y_2) - gf(y_1 y_2) \right]^2$$

$$\Delta = \frac{4}{N}$$

4.3パラメータ（a1~a7）の値を小刻みに変え、繰り返し Error を求めて、その中から、もっとも極小なエラー（Error_min）とそのときのパラメータを見つけ出す。
4.4 Error_min のときのパラメータを、現時点の最適パラメータと仮定する。
4.5で求められた最適パラメータを使って、残りのパラメータ（b1~b7,c1~c7）を、交互に繰り返し方式で求める。
4.6 Error_min が目標０．１程度に下がるようにパラメータ（a1~a7,b1~b7,c1~c7）を更新していく。
5実験結果
μ１からμ７のメンバーシップ関数の変化とエラー（Error_min）の値を以下に示す。
Error_min　0.165608





6考察・まとめ・課題
パラメータを適正化することにより、エラーが減少し、近似精度が上がることがわかる。
非線形問題は、線形問題と比べて取り扱いが困難であるが、それを解決する１つの手段としてファジィは有効であるといえる。
課題としては、パラメータ適正化手法は、GA を使う方法などもあり、いろいろな手法での検証も必要であろうと思われる。
7参考文献

[1]ニューロ・ファジィ・遺伝的アルゴリズム
　著　萩原将文　　P76~P92,P171~P174
[2]The Practical Handbook of GENETIC ALGORITHMS
　著　Lance Chambers　P30~P60