確率的状態選択における集合処理の有効性

T01K098F 山崎 紘揮

1. 導入

処理を行っていく上で確率的に状態選択を行った場合処理対象を単体と考える場合と集合と考えた場合を比較することで集合処理の有効性を考える。

2. 単体処理

単体処理では焼きなまし法の考えを適用して処理を行う。そこで選択法として以下の受け入れ確率を使い選択を行う。

$$\begin{cases} e_i \geq e_j \Rightarrow 1 \\ e_i < e_j \Rightarrow \exp\left(\dfrac{e_i - e_j}{T}\right) \end{cases}$$

i:推移元状態, j:推移先状態

e_a:状態aでの適合度

T:温度

3. 集合処理

集合処理では状態確率を元に状態選択を考える。

3.1.状態確率

状態確率はボルツマン分布で考える。そこで確率過程の定常分布の考えを使用することで定常分布をボルツマン分布に収束させることを考える。確率過程における設定は以下のように考える。

確率過程:マルコフ連鎖

マルコフ連鎖は既約かつエルゴート的である。

状態確率計算は以下で示す。

$${}^t\vec{f}^{(N)} = {}^t\vec{f}^{(0)} P^{(N)}$$

$\vec{f}^{(N)}$:時点Nにおける全状態確率

P:全状態の推移確率

3.2.受け入れ確率

状態確率をボルツマン分布で表現するため次のような受け入れ確率を考えることで推移確率を拡張する。

$$p(i \to j) = \frac{1}{1 + \exp\left(\dfrac{E_i - E_j}{T}\right)}$$

i:推移元状態, j:推移先状態

E_a:状態aの適合度

T:温度

上の受け入れ確率を推移確率に使用することで状態分布をボルツマン分布に収束することが出来る。

3.4.状態選択

集合処理での状態選択では以下の確率関数を使用する。

$$P(\eta) = \frac{1}{a}\delta(\eta - a) + \left(1 - \frac{1}{a}\right)\delta(\eta)$$

$$\langle\langle\eta\rangle\rangle = \int_0^\infty P(\eta)d\eta = 1$$

η:確率変数, a:1以上の定数

上記の確率関数の考えもとに以下のように確率変数を対象の状態確率に依存して考える。

$$\min\left(1, \frac{f_i}{\varepsilon}\right)$$

f_i:状態iの存在確率, ε:定数

上記の選択法によりεの値で選択数を制御することが出来る。そこでこの選択法を用いても状態確率がボルツマン分布になるかどうか6ビットのTight問題で実験を行う。

3.5.Tight問題による確認実験

000	001	010	011	100	101	110	111
28	26	22	0	14	0	0	30

最適状態は適合度が最大のものとする。設定は以下のようにする。

状態推移:突然変異(0.16)温度:10

選択数:30 実行回数:500,サンプル数:100

初期値:ランダムに10個の状態を選ぶ。

結果からボルツマン分布に達成していると考えられる。

4.比較実験
4.1.目的
集合処理の有効性を考えるために単体処理と比較実験を行う。実験として最適化問題(TSP)を考える。
4.2.設定
実験における全体的な設定は以下に示す。
比較対象:サンプル内での最適状態の出現回数
実行回数:適合度計算を 1000000
サンプル:100
状態選択:1(単体),300(集合),3000(集合)
初期順序:ランダムに順序を設定
部分的な設定として状態推移,都市設定,温度設定を以下に示す。
4.3.状態推移
状態推移は突然変異を考える。突然変異確率は 0.5 と考える。つまり 1 つの状態から 2 つの状態を生成する。状態推移の方法は以下のように行う。
1.推移元状態からランダムに 2 つ都市を選ぶ。
2.選んだ都市と次の都市とを入れ替える。
3.2 番目の処理をもう 1 つの都市でも行う。
上記の処理を行うことで状態推移を行うと考える。
4.4.都市設定
実験で行う都市数は 12,14,16 の 3 つを考える。
都市の配列方法は以下のように考える。
・4 つの直線からなる長方形に都市を配置する。
・1 つの直線には都市数/4 の都市をランダムに配置する。
直線上に配置する都市数は切り捨てで考える。
また都市をランダムに配置することで都市間にばらつきを与えるようにし,最適状態は長方形上を 1 周したものと考えられる。
4.5.温度設定
温度は高い温度と低い温度を考える。
温度設定は以下のようにする。
高い温度:z,低い温度:z/都市数
z の値は次の式から得る。

$$z = \frac{x+y}{2}$$

z : 平均的な最長距離
x : x軸上の最長距離, y : y軸上の最長距離

5.実験結果
・高い温度

	単体	集合(300)	集合(3000)
12 都市	100 回	エラー	100 回
14 都市	23 回	エラー	41 回
16 都市	0 回(336)	エラー	2 回

エラー:状態数=0

・低い温度

	単体	集合(300)	集合(3000)
12 都市	100 回	100 回	100 回
14 都市	26 回	38 回	41 回
16 都市	0 回(576)	0 回(248)	3 回

実験結果から高い温度,低い温度ともに集合処理には有効性があると考えられる。また集合処理にのみ注目した場合,高い温度の場合集合数が少ないと選択における状態数が実行中になくなってしまうことから高い温度では選択数は大きく設定したほうがよいと考えられる。逆に低い温度の場合では集合数の違いによって出現回数には差が出ないことがいえるが全状態数が増えた場合は選択数も増やした方がよいと考えられる。

6.考察
今回の実験から集合処理には有効性があると考えられる。また全状態数が増やした場合選択数も増やしたほうがよいと考えられる。

・参考文献
[1]澤谷 智:数学的保証をもった遺伝的アルゴリズムの構築とその応用,修士論文,(2005)