

# アルゴリズムとデータ構造III

## 6回目: 11月06日

構文解析 チャート法  
グラフ ダイクストラ法

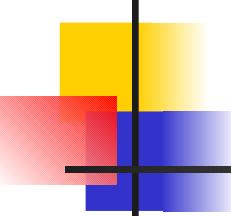
授業資料 <http://ir.cs.yamanashi.ac.jp/~ysuzuki/algorithm3/index.html>

# 授業の予定(中間試験まで)

1	10/02	スタック（後置記法で書かれた式の計算）
2	10/09	チューリング機械, 文脈自由文法
3	10/16	構文解析 CYK法
4	10/23	構文解析 CYK法
5	10/30	構文解析(チャート法), グラフ(ダイクストラ法)
6	11/06	構文解析(チャート法), グラフ(ダイクストラ法, DPマッチング)
7	11/13	グラフ(DPマッチング, ビームサーチ)
8	11/20	グラフ(ビームサーチ, A*アルゴリズム)
9	11/27	中間試験

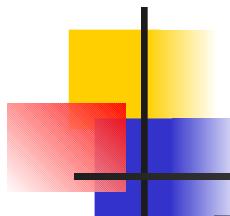
# 授業の予定(中間試験以降)

10	12/04	全文検索アルゴリズム(simple search, KMP)
11	12/11	全文検索アルゴリズム(BM, Aho-Corasick)
12	12/18	全文検索アルゴリズム(Aho-Corasick), データ圧縮
13	01/08	暗号(黄金虫, 踊る人形) 符号化(モールス信号, Zipfの法則, ハフマン符号)テキスト圧縮
14	01/15	テキスト圧縮(zip), 音声圧縮(ADPCM, MP3, CELP), 画像圧縮(JPEG)
15	01/29	期末試験



# 本日のメニュー

- 構文解析
  - チャート法
    - 解析例
    - アルゴリズム
- 動的計画法(最短距離探索)
  - ダイクストラ法
    - 解析例
    - アルゴリズム



# チャート法(構文解析)

- トップダウンチャート法
  - Sから出発
  - 目的の単語列を導出 → 解析終了
- ボトムアップチャート法
  - 単語列から出発
  - Sを導出 → 解析終了

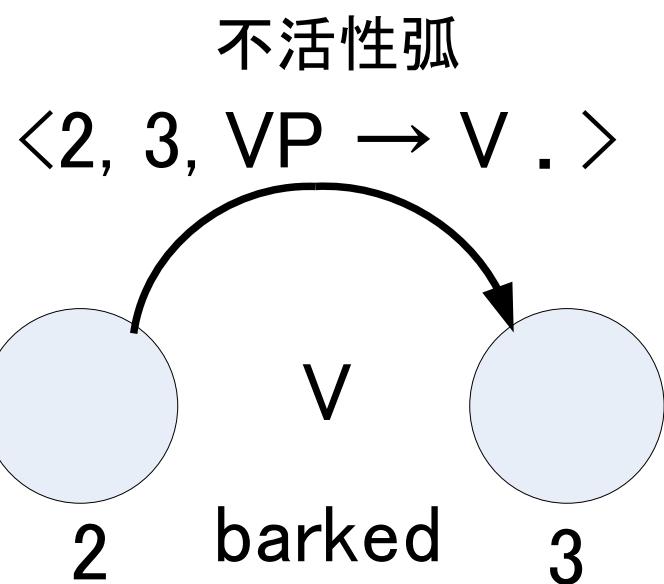
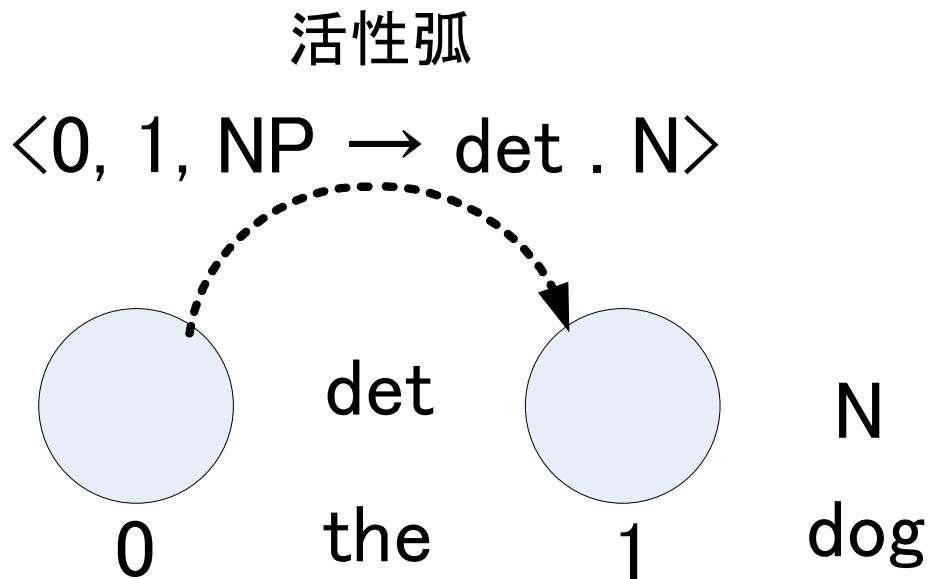
# チャート法で使用する用語 1/3

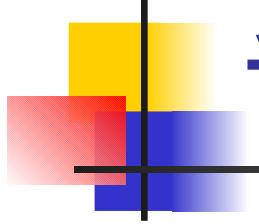
- 節点(ノード)
  - 単語と単語の間に存在する仮想的な点
- 弧(アーク)
  - 節点間を結び、文の部分的な構造を表す
  - $\langle i, j, C \rightarrow a. \beta \rangle$ 
    - $i$ は弧の始点、 $j$ は弧の終点
    - $.$ は解析が終了している位置
    - 節点*i*から*j*まで解析すると*a*
    - $\beta$ まで解析できると*C*

# チャート法で使用する用語 2/3

- 不活性弧
  - 右辺の最後に・がある弧
- 活性弧
  - 不活性弧以外の弧

弧の例



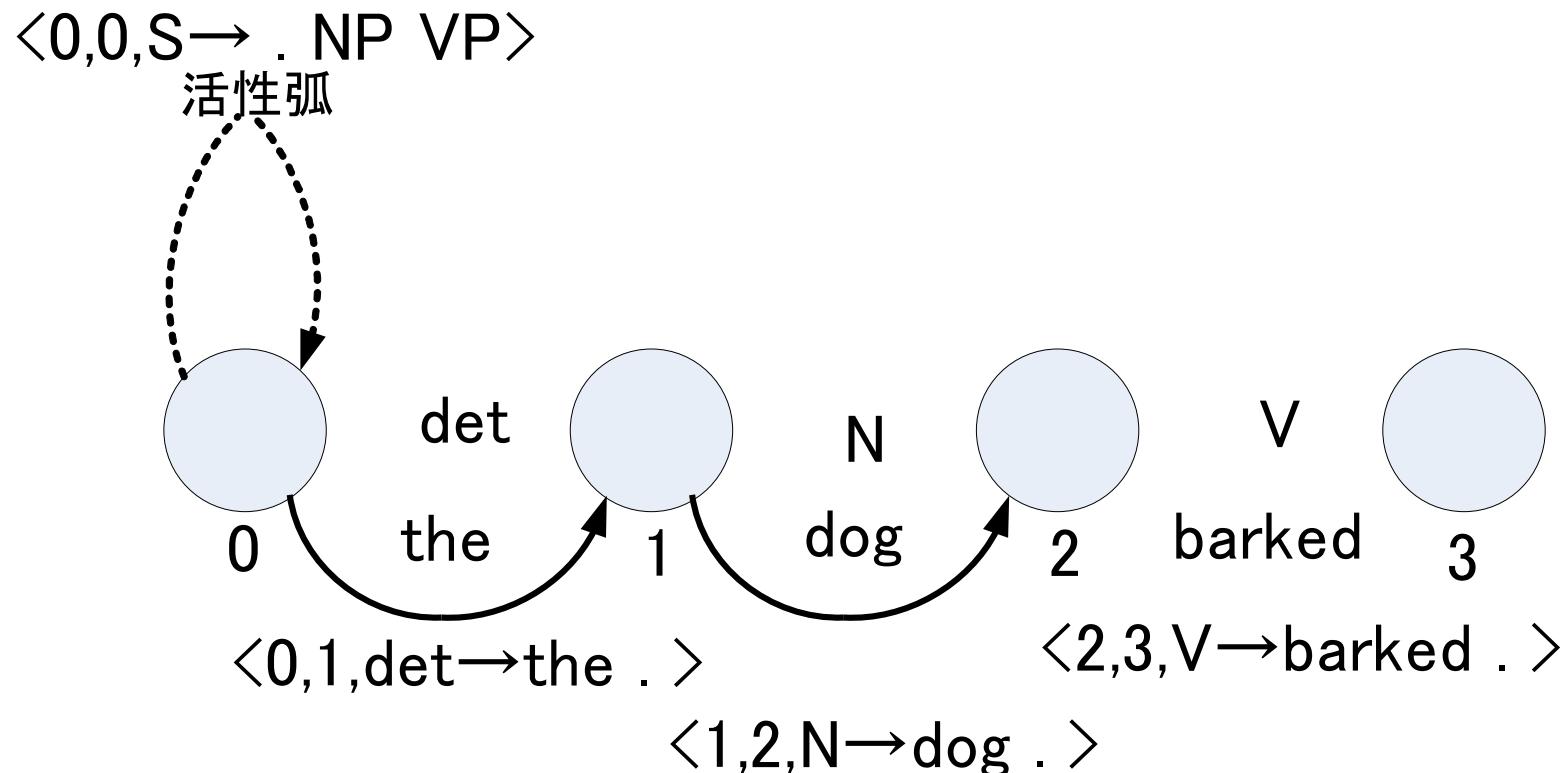


# チャート法で使用する用語 3/3

- チャート
  - ノード, 弧の集合
- アジェンダ
  - チャートに追加するべき弧のリスト

# トップダウンチャート法のアルゴリズム(1/2)

- 辞書規則の適用
  - 入力文の各単語 $w_k$ について、不活性弧 $\langle k, k+1, A \rightarrow w_k . \rangle$ をアジェンダに追加
- 活性弧 $\langle 0, 0, S \rightarrow . NP VP \rangle$ をアジェンダの先頭に追加



## トップダウンチャート法のアルゴリズム(2/2)

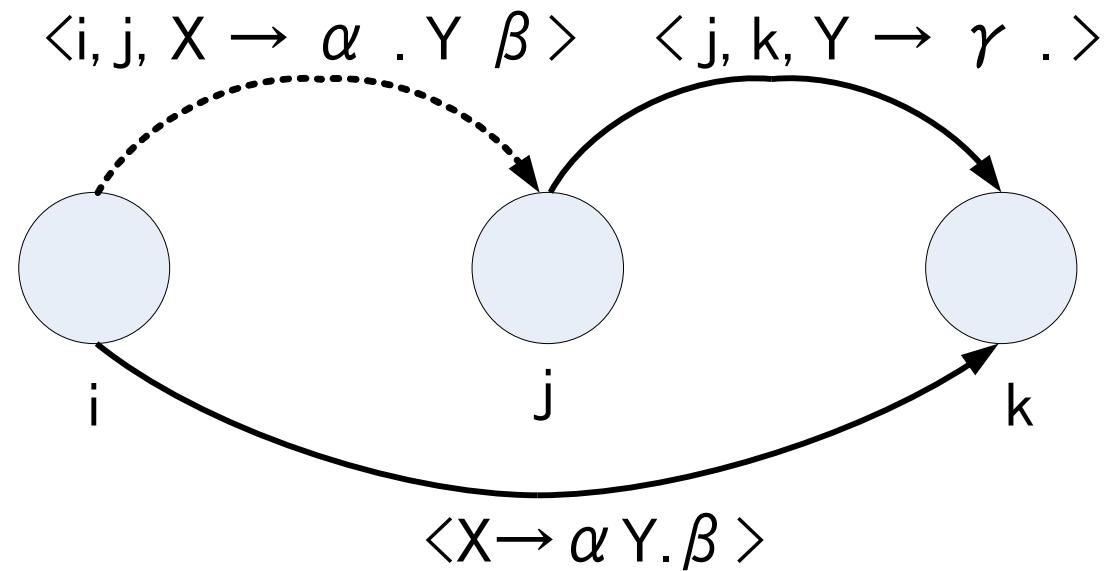
- アジェンダが空になるまで以下の操作を繰り返す
  - 弧の選択
    - アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)
  - 弧の結合
    - arcが**活性弧** $\langle i, j, X \rightarrow a.Y\beta \rangle$ のとき,
      - arcの右にある不活性弧 $\langle j, k, Y \rightarrow \gamma. \rangle$ を探し, 結合する(次ページ)
    - arcが**不活性弧** $\langle i, j, Y \rightarrow \gamma. \rangle$ のとき,
      - arcの左にある活性弧 $\langle k, i, X \rightarrow a.Y\beta \rangle$ を探し, 結合する
    - 結合してできた新しい弧 $\langle i, k, X \rightarrow a.Y.\beta \rangle$ をアジェンダに追加
  - 新しい弧の提案
    - arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a.Y\beta \rangle$ のとき,
      - $Y$ を左辺とする規則 $Y \rightarrow \gamma$ (辞書規則を除く)があれば, 新しい活性弧 $\langle j, j, Y \rightarrow .\gamma \rangle$ を作つてアジェンダに追加

# トップダウンチャート法のアルゴリズム

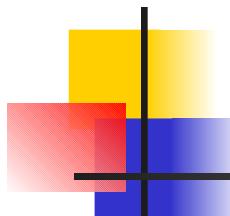
- 弧の結合

- 例えば

- $\langle i, j, X \rightarrow \alpha. Y \beta \rangle + \langle j, k, Y \rightarrow \gamma. \cdot \rangle$
  - $\rightarrow \langle i, k, X \rightarrow \alpha Y. \beta \rangle$



- 不活性弧  $\langle 0, n, S \rightarrow a. \cdot \rangle$  が生成できれば解析成功



# (トップダウン)チャート法を用いた構文解析例（例文）

- 解析文
  - The dog barked.
- 文法
  - $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$
  - $Det \rightarrow the$
  - $N \rightarrow dog$
  - $V \rightarrow barked$

# The dog barked. 1/27

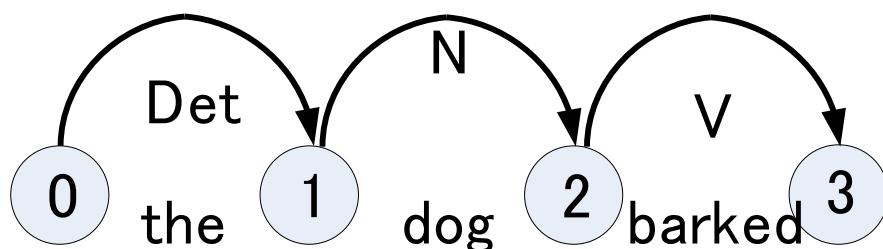
## 辞書規則の適用

入力文の各単語 $w_k$ について、

不活性弧 $\langle k, k+1, A \rightarrow w_k . \rangle$ をアジェンダに追加

- 文法
- $S \rightarrow NP\ VP$
- $NP \rightarrow det\ N$
- $VP \rightarrow V$
- $VP \rightarrow V\ NP$
- $Det \rightarrow the$
- $N \rightarrow dog$
- $V \rightarrow barked$

チャート



アジェンダ  
 $\langle 0, 1, Det \rightarrow the . \rangle$   
 $\langle 1, 2, N \rightarrow dog . \rangle$   
 $\langle 2, 3, V \rightarrow barked . \rangle$

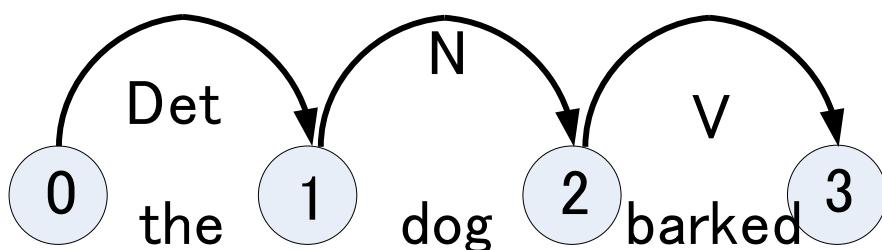
辞書規則をアジェンダにpush

# The dog barked. 2/27

活性弧 $<0,0,S \rightarrow .a>$ をアジェンダの先頭に追加

- 文法(の一部)
  - $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

チャート



アジェンダ

$<0,0,S \rightarrow .\ NP\ VP>$   
 $<0,1,Det \rightarrow the\ .>$   
 $<1,2,N \rightarrow dog\ .>$   
 $<2,3,V \rightarrow barked\ .>$

$<0,0,S \rightarrow .\ NP\ VP>$ をアジェンダにpush

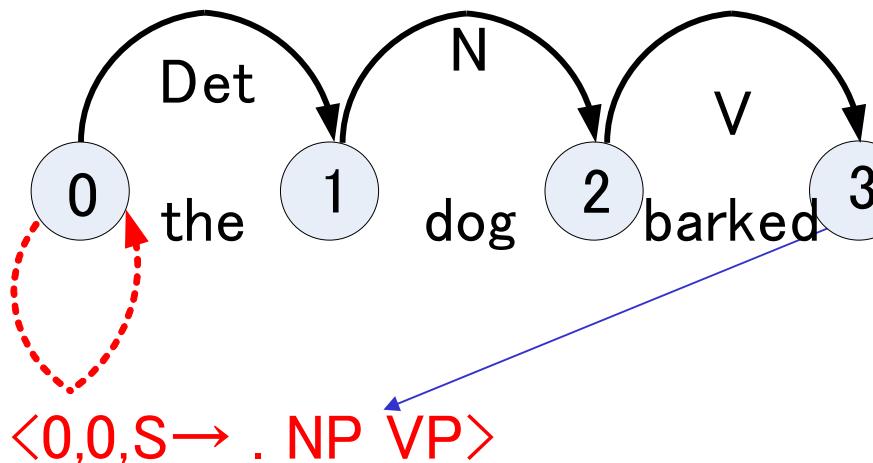
# The dog barked. 3/27

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

弧の選択

アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)

チャート



アジェンダ

- <0,0,S→. NP VP>
- <0,1,Det→the . >
- <1,2,N→dog . >
- <2,3,V→barked . >

新しい活性弧<0,0,S→. NP VP>をアジェンダからチャートにpop

# The dog barked. 4/27

弧の結合

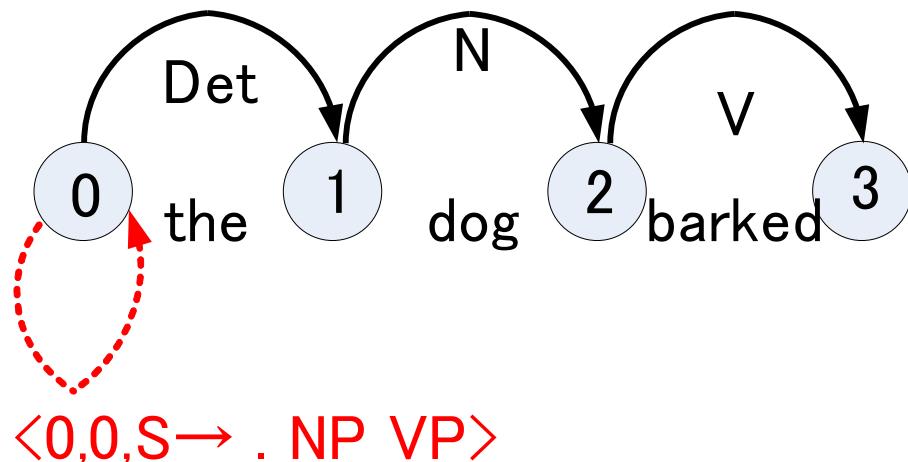
arcが**活性弧** $\langle i, j, X \rightarrow a, Y\beta \rangle$ のとき,

arcの右にある不活性弧 $\langle j, k, Y \rightarrow y \rangle$ を探し、結合する  
結合してできた新しい弧 $\langle i, k, X \rightarrow aY, \beta \rangle$ をアジェンダに追加

文法(の一部)

- $S \rightarrow NP VP$
- $NP \rightarrow Det N$
- $VP \rightarrow V$
- $VP \rightarrow V NP$

チャート



アジェンダ

- <0,1,Det→the . >
- <1,2,N→dog . >
- <2,3,V→barked . >

該当無し→何もしない

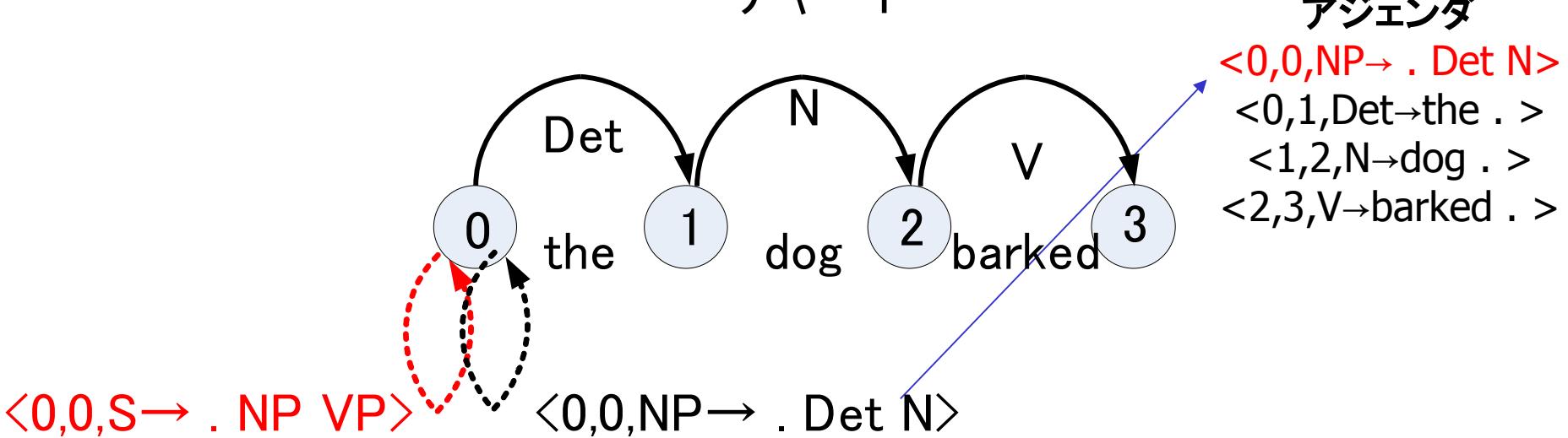
# The dog barked. 5/27

新しい弧の提案

arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a. Y\beta \rangle$ のとき,  
Yを左辺とする規則 $Y \rightarrow \gamma$ (辞書規則を除く)があれば,  
新しい活性弧 $\langle j, j, Y \rightarrow . \gamma \rangle$ を作つてアジェンダに追加

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP VP$
  - $NP \rightarrow Det N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V NP$

チャート



# The dog barked. 6/27

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

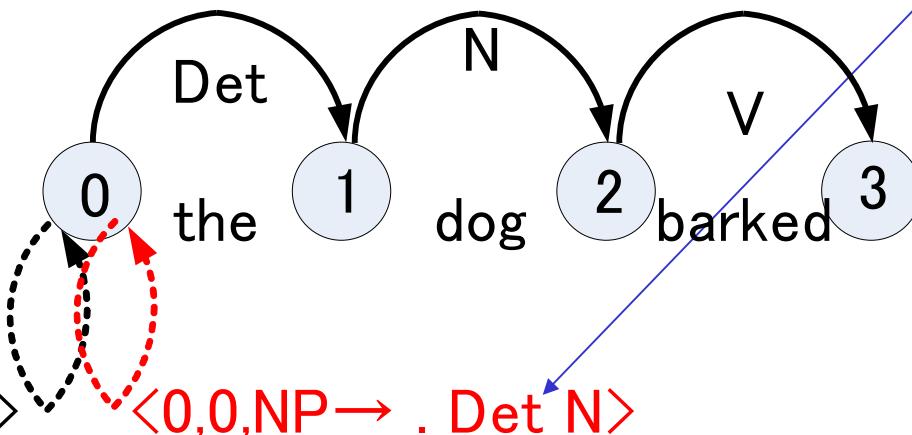
弧の選択

アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)

チャート

アジェンダ

- $<0,0, NP \rightarrow .\ Det\ N>$
- $<0,1, Det \rightarrow the .>$
- $<1,2, N \rightarrow dog .>$
- $<2,3, V \rightarrow barked .>$



$<0,0, S \rightarrow .\ NP\ VP>$   $<0,0, NP \rightarrow .\ Det\ N>$

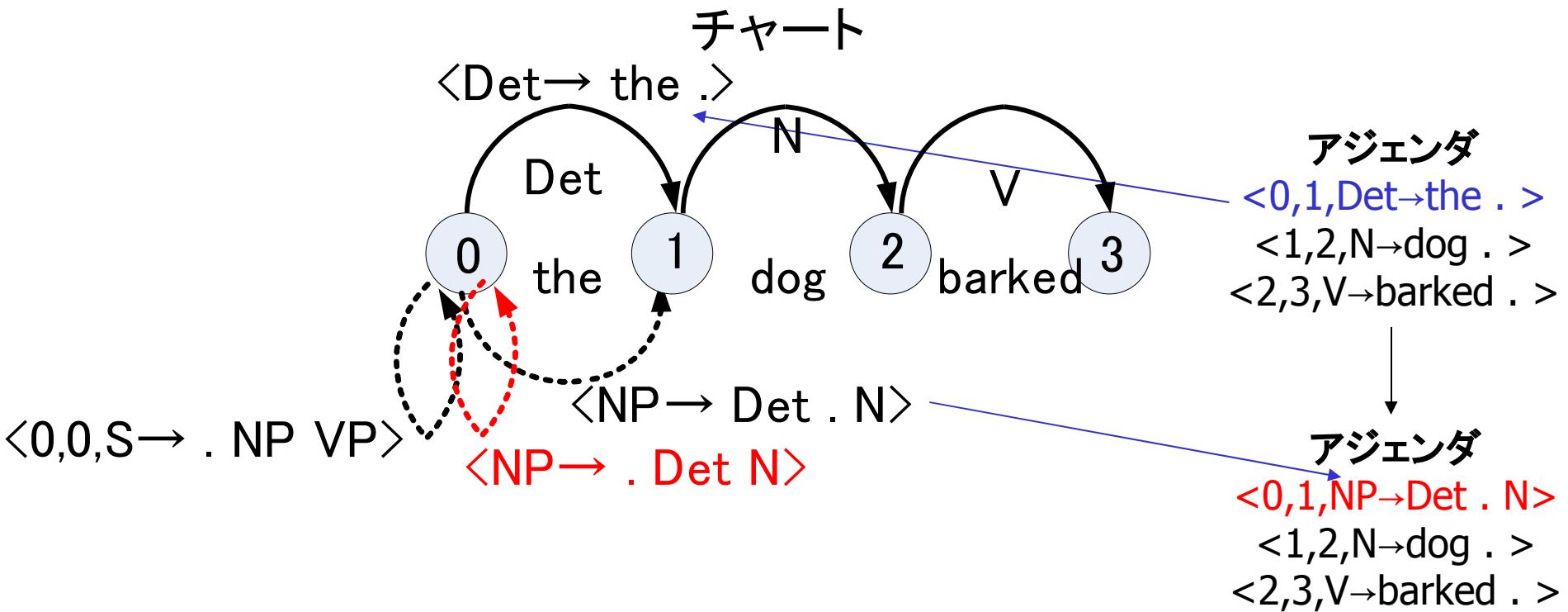
# The dog barked. 7/27

弧の結合

arcが**活性弧** $\langle i, j, X \rightarrow a. Y \beta \rangle$ のとき、

arcの右にある不活性弧 $\langle j, k, Y \rightarrow \gamma . \rangle$ を探し、結合する  
結合してできた新しい弧 $\langle i, k, X \rightarrow aY. \beta \rangle$ をアジェンダに追加

- 文法(の一部)
  - $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

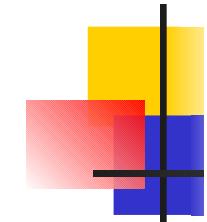


$\langle 0, 0, NP \rightarrow . Det N \rangle$ と $\langle 0, 1, Det \rightarrow the . \rangle$ を結合して $\langle NP \rightarrow Det . N \rangle$ を得る。  
 $\langle NP \rightarrow Det . N \rangle$ をアジェンダにpush

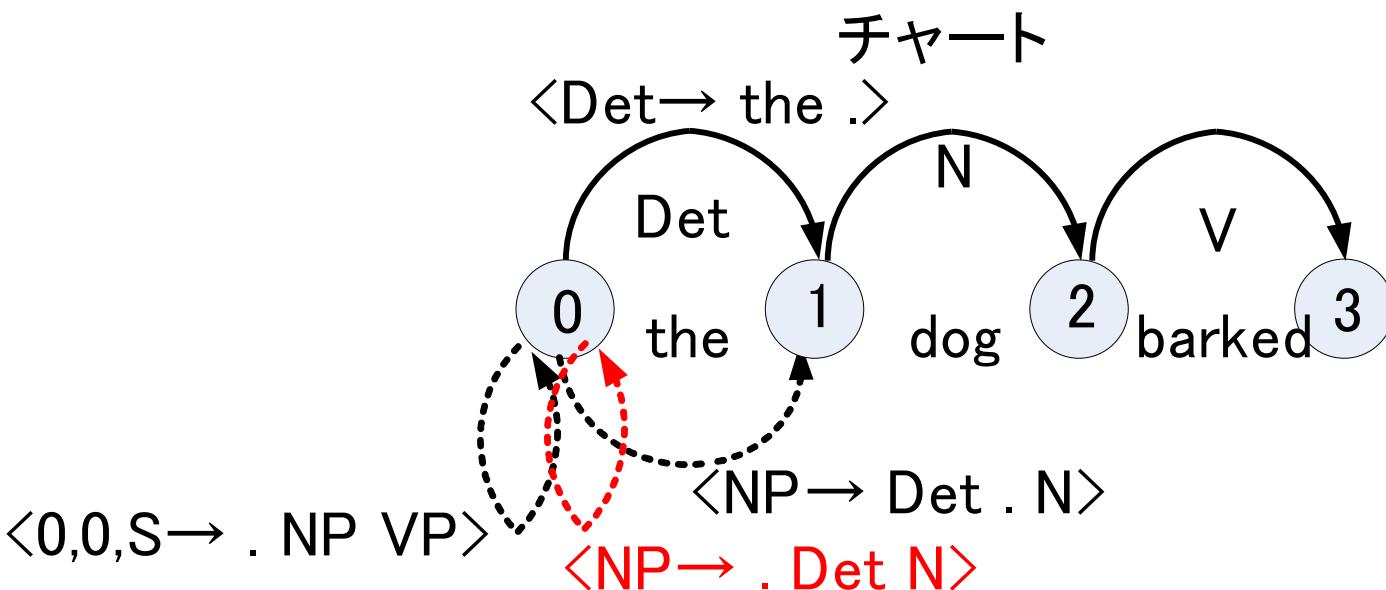
# The dog barked. 8/27

新しい弧の提案

arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a. Y\beta \rangle$ のとき,  
Yを左辺とする規則 $Y \rightarrow \gamma$ (辞書規則を除く)があれば,  
新しい活性弧 $\langle j, j, Y \rightarrow . \gamma \rangle$ を作つてアジェンダに追加



- 文法(の一部)
- .  $S \rightarrow NP VP$
  - .  $NP \rightarrow Det N$
  - .  $VP \rightarrow V$
  - .  $VP \rightarrow V NP$



アジェンダ  
 $\langle 0, 1, NP \rightarrow Det . N \rangle$   
 $\langle 1, 2, N \rightarrow dog . \rangle$   
 $\langle 2, 3, V \rightarrow barked . \rangle$

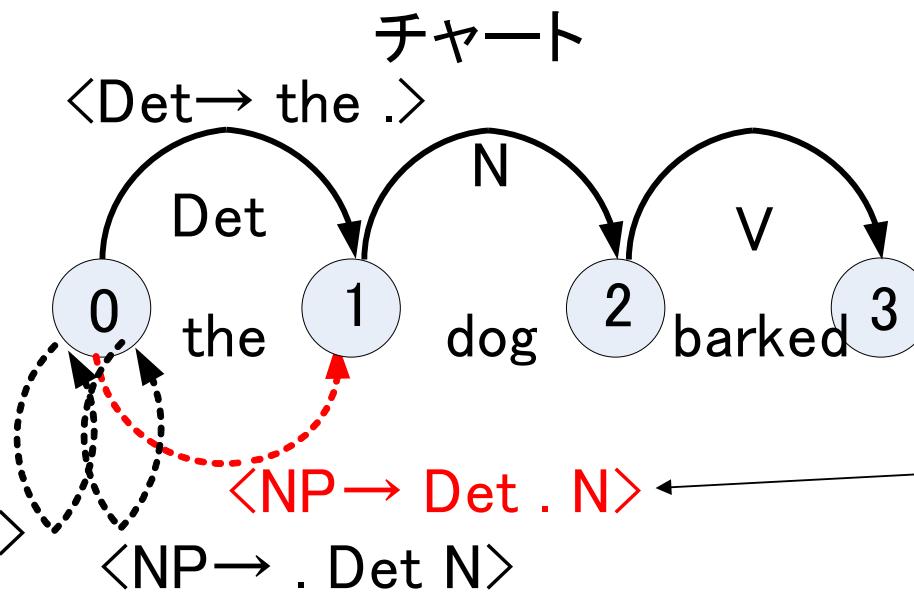
規則 $Y \rightarrow \gamma$ がない → 何もしない

# The dog barked. 9/27

弧の選択

アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)

- 文法(の一部)
  - $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$



アジェンダ

$<0,1, NP \rightarrow Det . N >$

$<1,2, N \rightarrow dog . >$

$<2,3, V \rightarrow barked . >$

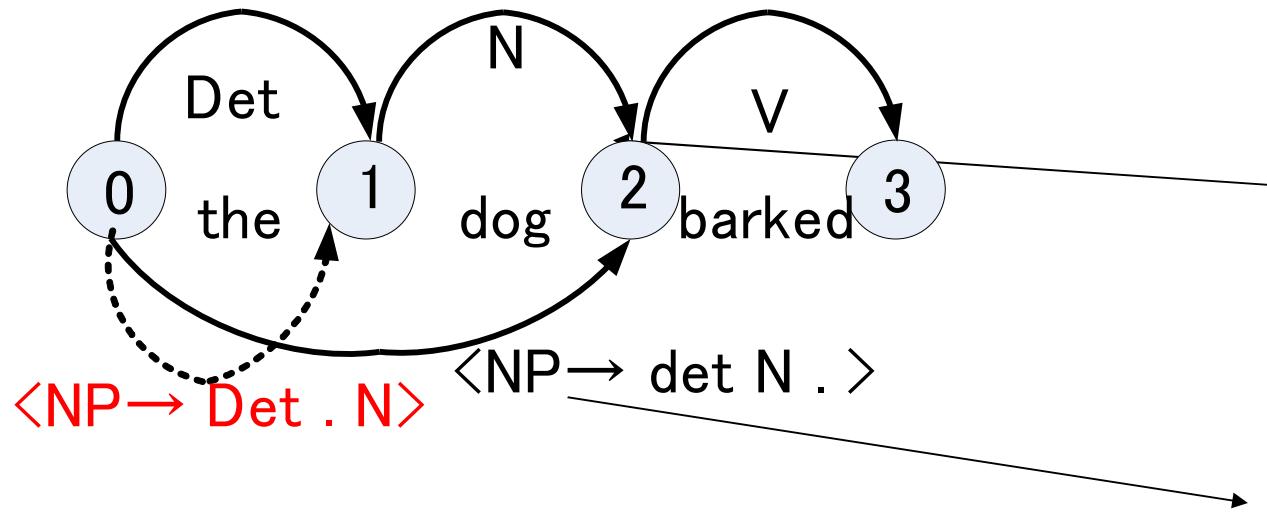
# The dog barked. 10/27

弧の結合

arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a. Y \beta \rangle$ のとき、

arcの右にある不活性弧 $\langle j, k, Y \rightarrow \gamma . \rangle$ を探し、結合する  
結合してできた新しい弧 $\langle i, k, X \rightarrow aY. \beta \rangle$ をアジェンダに追加

チャート



- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP VP$
  - $NP \rightarrow Det N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V NP$

アジェンダ  
 $\langle 1, 2, N \rightarrow dog . \rangle$   
 $\langle 2, 3, V \rightarrow barked . \rangle$

アジェンダ  
 $\langle 0, 2, NP \rightarrow Det N . \rangle$   
 $\langle 2, 3, V \rightarrow barked . \rangle$

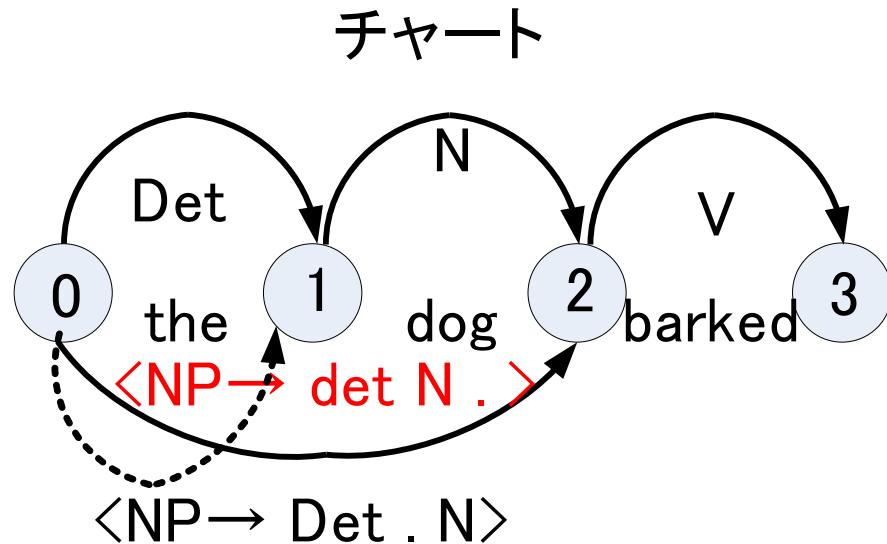
$\langle NP \rightarrow Det. N \rangle$ と $\langle N \rightarrow dog . \rangle$ を結合して $\langle NP \rightarrow Det N . \rangle$ を得る。  
 $\langle NP \rightarrow Det N . \rangle$ をアジェンダにpush

# The dog barked. 11/27

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

新しい弧の提案

arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a. Y\beta \rangle$ のとき,  
Yを左辺とする規則 $Y \rightarrow \gamma$ (辞書規則を除く)があれば、新  
しい活性弧 $\langle j, j, Y \rightarrow .\gamma \rangle$ を作つてアジェンダに追加



アジェンダ

$\langle 0, 2, NP \rightarrow Det\ N . \rangle$   
 $\langle 2, 3, V \rightarrow barked . \rangle$

規則 $Y \rightarrow \gamma$ がない → 何もしない

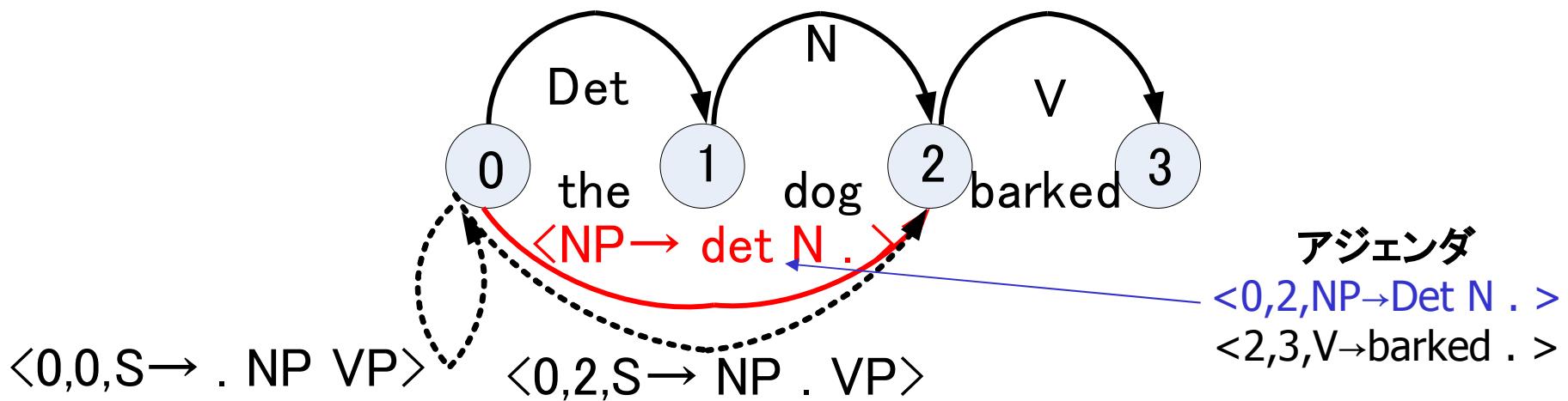
# The dog barked. 12/27

- 文法(の一部)
  - .  $S \rightarrow NP\ VP$
  - .  $NP \rightarrow Det\ N$
  - .  $VP \rightarrow V$
  - .  $VP \rightarrow V\ NP$

弧の選択

アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)

チャート



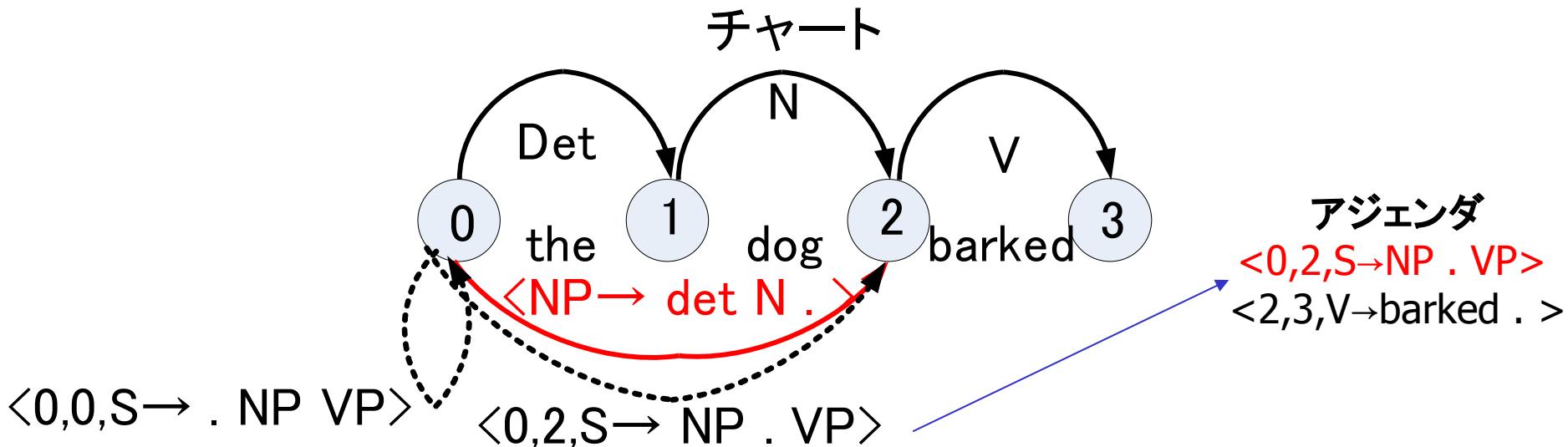
# The dog barked. 13/27

弧の結合

arcが**不活性弧** $\langle i, j, Y \rightarrow \gamma . \rangle$ のとき、

arcの左にある活性弧 $\langle k, i, X \rightarrow a.Y\beta \rangle$ を探し、結合する  
結合してできた新しい弧 $\langle i, k, X \rightarrow aY.\beta \rangle$ をアジェンダに追加

- 文法(の一部)
  - .  $S \rightarrow NP VP$
  - .  $NP \rightarrow Det N$
  - .  $VP \rightarrow V$
  - .  $VP \rightarrow V NP$



$<NP \rightarrow Det N . >$ と $<S \rightarrow . NP VP>$ を結合して $<S \rightarrow NP . VP>$ を得る。  
 $<S \rightarrow NP . VP>$ をアジェンダにpush

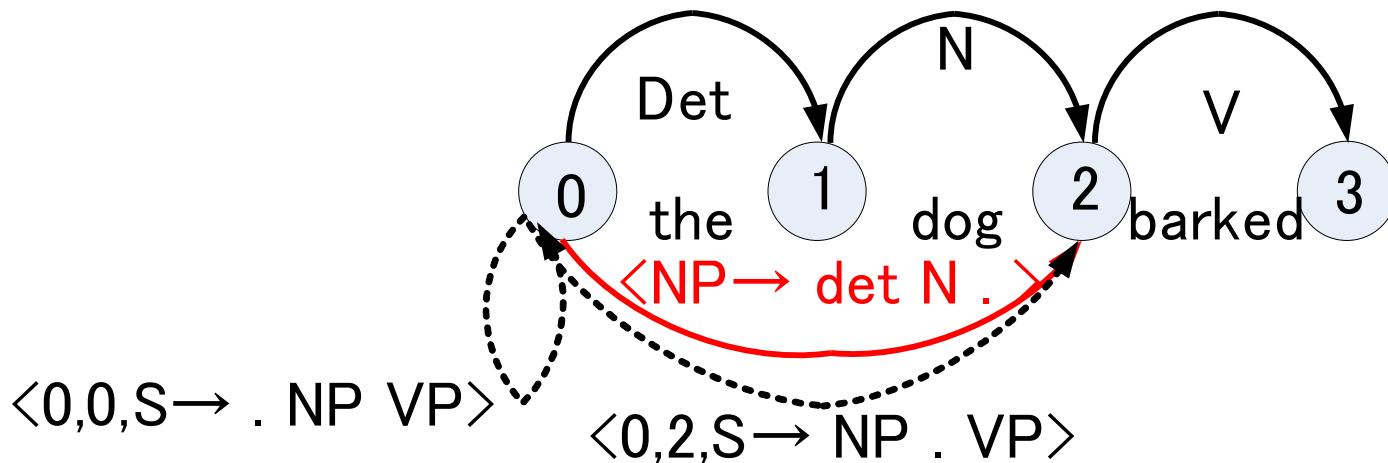
# The dog barked. 14/27

新しい弧の提案

arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a. Y\beta \rangle$ のとき,  
Yを左辺とする規則 $Y \rightarrow \gamma$ (辞書規則を除く)があれば、新しい活性弧 $\langle j, j, Y \rightarrow . \gamma \rangle$ を作つてアジェンダに追加

- 文法(の一部)
  - .  $S \rightarrow NP VP$
  - .  $NP \rightarrow Det N$
  - .  $VP \rightarrow V$
  - .  $VP \rightarrow V NP$

チャート



アジェンダ  
 $\langle 0, 2, S \rightarrow NP . VP \rangle$   
 $\langle 2, 3, V \rightarrow barked . \rangle$

Arcは不活性弧 → 何もしない

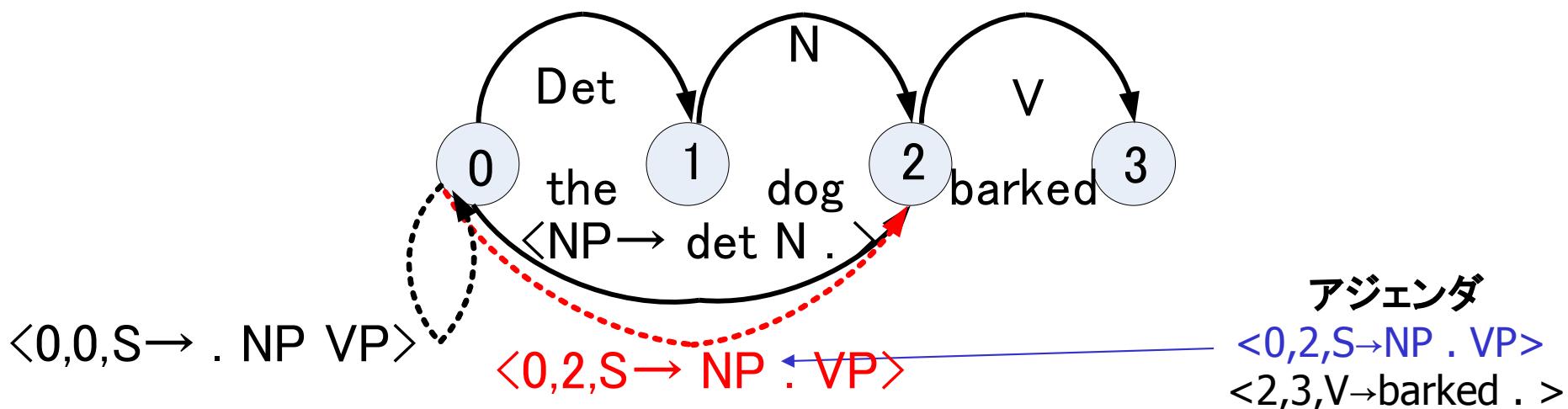
# The dog barked. 15/27

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

弧の選択

アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)

チャート



# The dog barked. 16/27

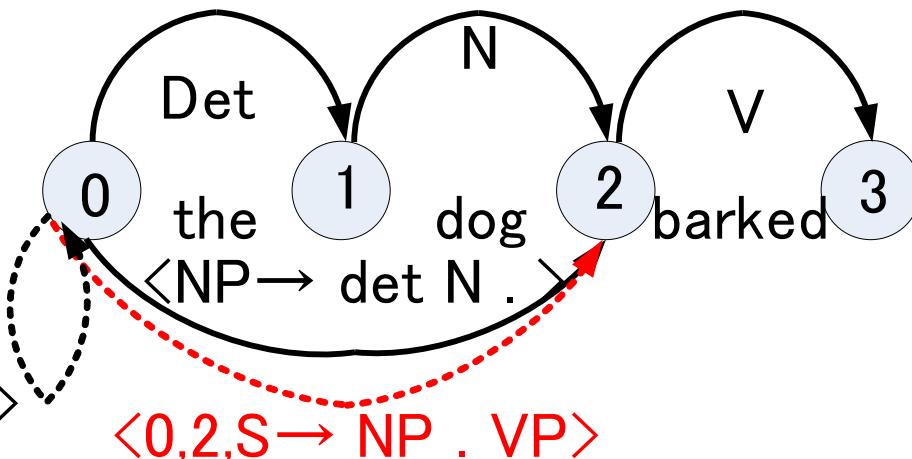
弧の結合

arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow \alpha, Y \beta \rangle$ のとき、

arcの右にある不活性弧 $\langle j, k, Y \rightarrow \gamma \rangle$ を探し、結合する  
結合してできた新しい弧 $\langle i, k, X \rightarrow \alpha Y \cdot \beta \rangle$ をアジェンダに追加

- 文法(の一部)
  - $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

チャート



アジェンダ  
 $\langle 2,3,V \rightarrow \text{barked} . \rangle$

ないので何もしない

# The dog barked. 17/27

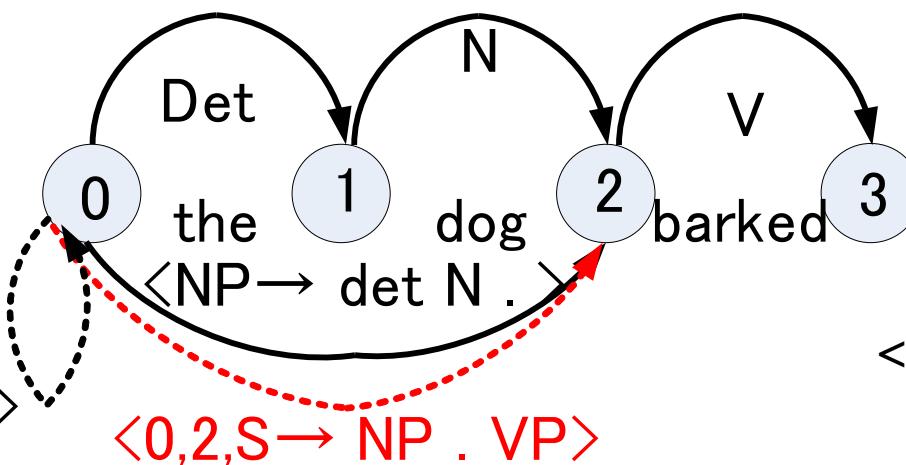
新しい弧の提案

arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a. Y\beta \rangle$ のとき,

$Y$ を左辺とする規則 $Y \rightarrow \gamma$ (辞書規則を除く)があれば、新しい活性弧 $\langle j, j, Y \rightarrow . \gamma \rangle$ を作つてアジェンダに追加

- 文法(の一部)
  - $S \rightarrow NP VP$
  - $NP \rightarrow Det N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V NP$

チャート



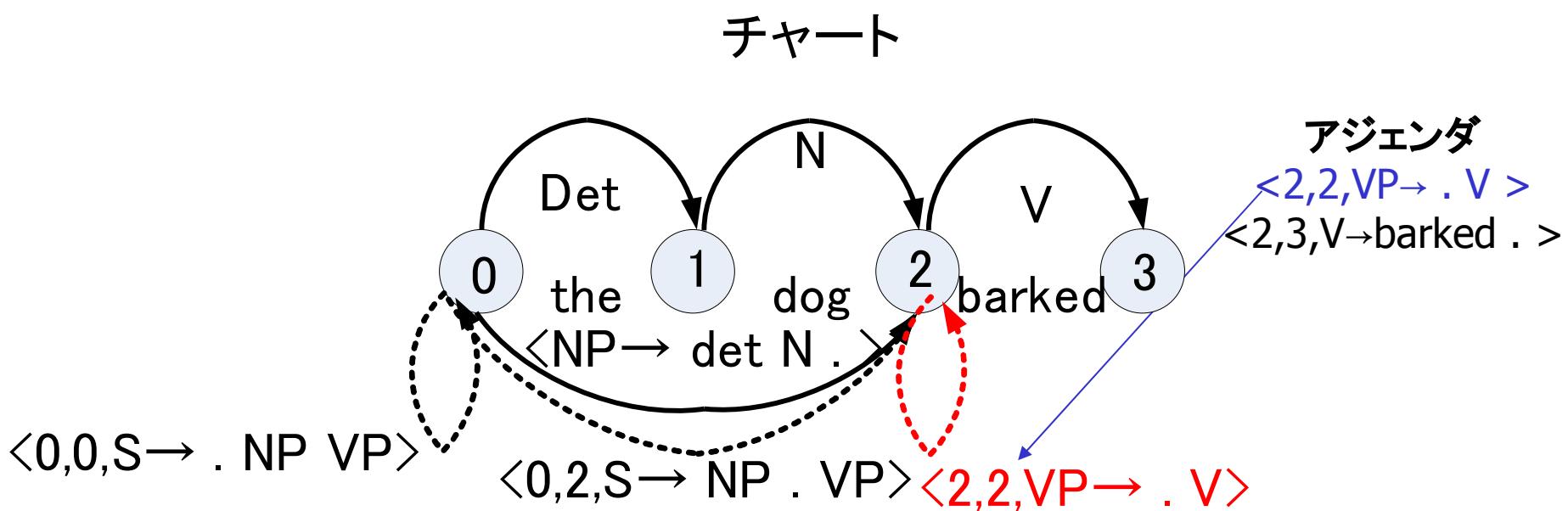
新しい活性弧 $\langle 2,2,VP \rightarrow . V \rangle$ をアジェンダにpush

# The dog barked. 18/27

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

弧の選択

アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)



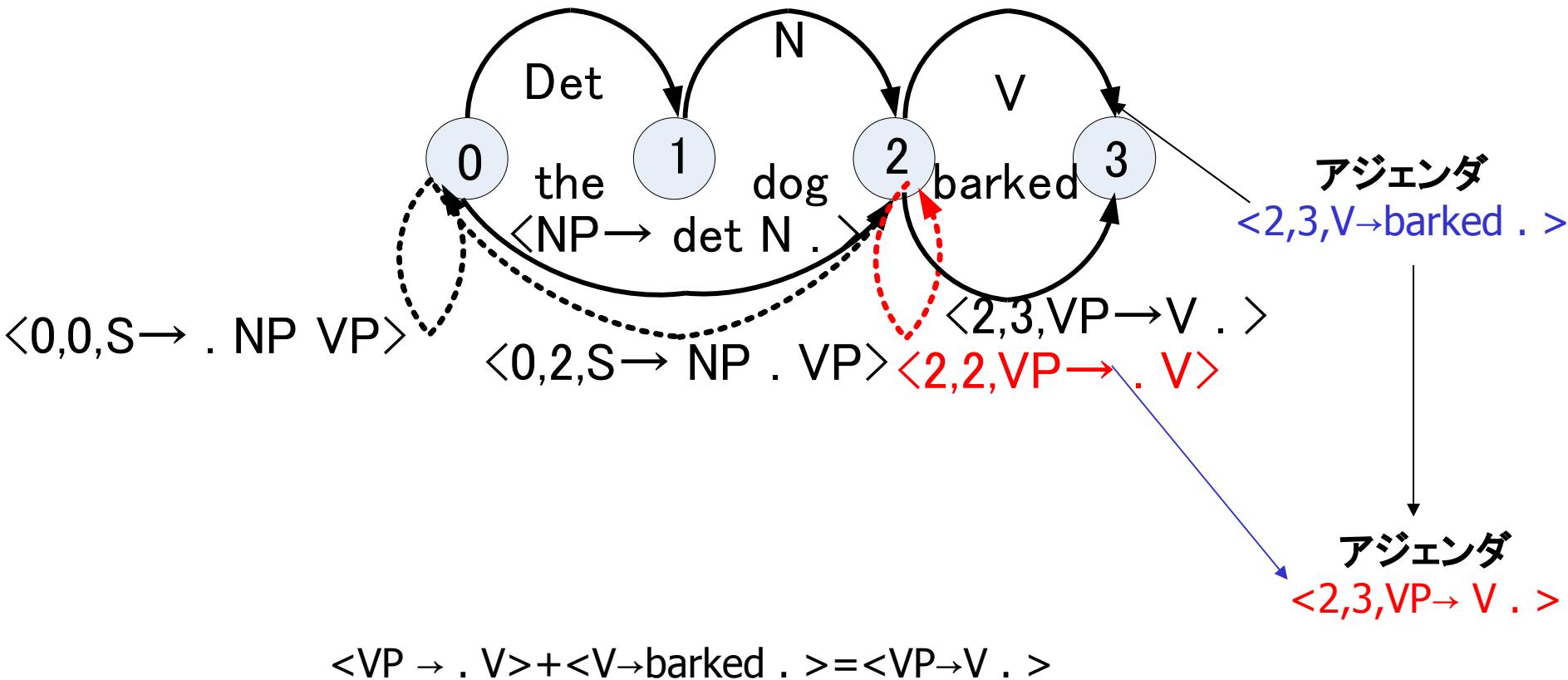
# The dog barked. 19/27

弧の結合

arcが活性弧 $\langle i,j,X \rightarrow a.Y\beta \rangle$ のとき、

arcの右にある不活性弧 $\langle j,k,Y \rightarrow \gamma . \rangle$ を探し、結合する  
結合してできた新しい弧 $\langle i,k,X \rightarrow aY.\beta \rangle$ をアジェンダに追加  
チャート

- 文法(の一部)
  - $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$



# The dog barked. 20/27



新しい弧の提案

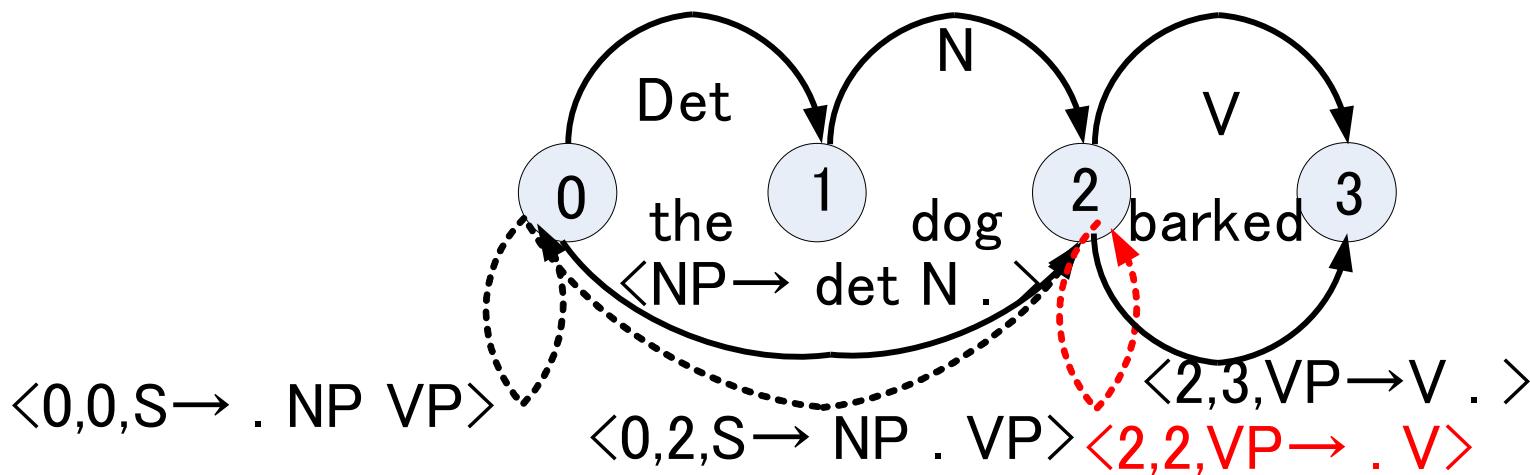
arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a. Y\beta \rangle$ のとき,

$Y$ を左辺とする規則 $Y \rightarrow \gamma$ (辞書規則を除く)があれば、新しい活性弧 $\langle j, j, Y \rightarrow . \gamma \rangle$ を作つてアジェンダに追加

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP VP$
  - $NP \rightarrow Det N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V NP$

チャート

アジェンダ  
 $\langle 2,3, VP \rightarrow V . \rangle$



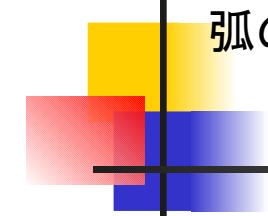
$Y \rightarrow \gamma$ がないので何もしない

# The dog barked. 21/27

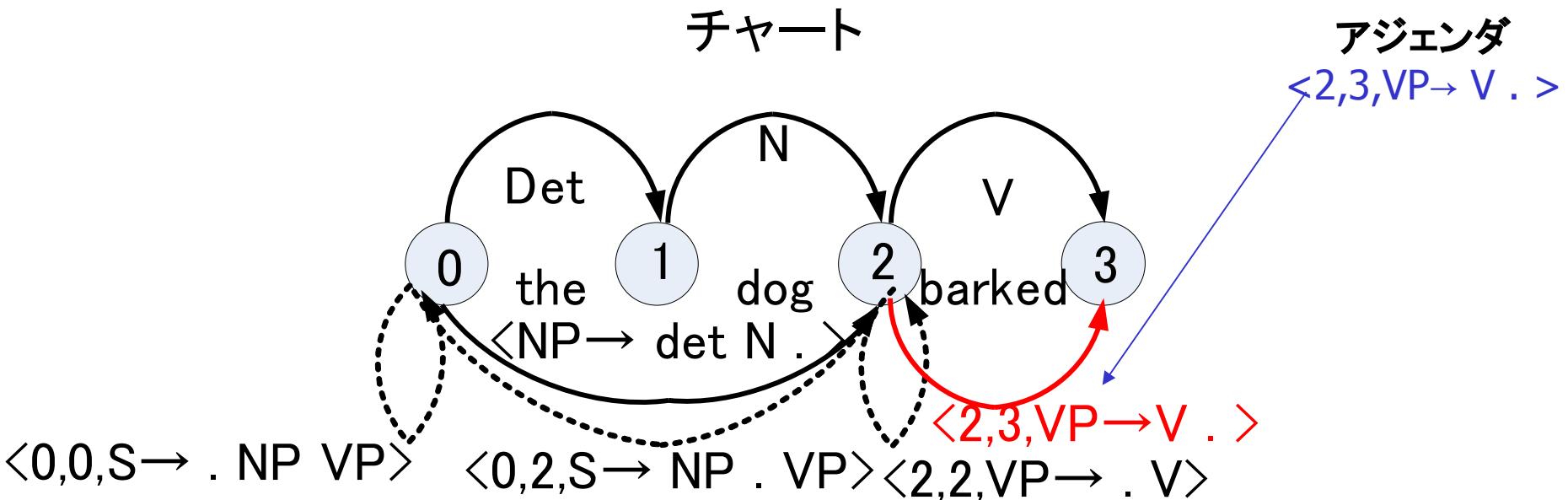
- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

弧の選択

アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)



チャート



# The dog barked. 22/27



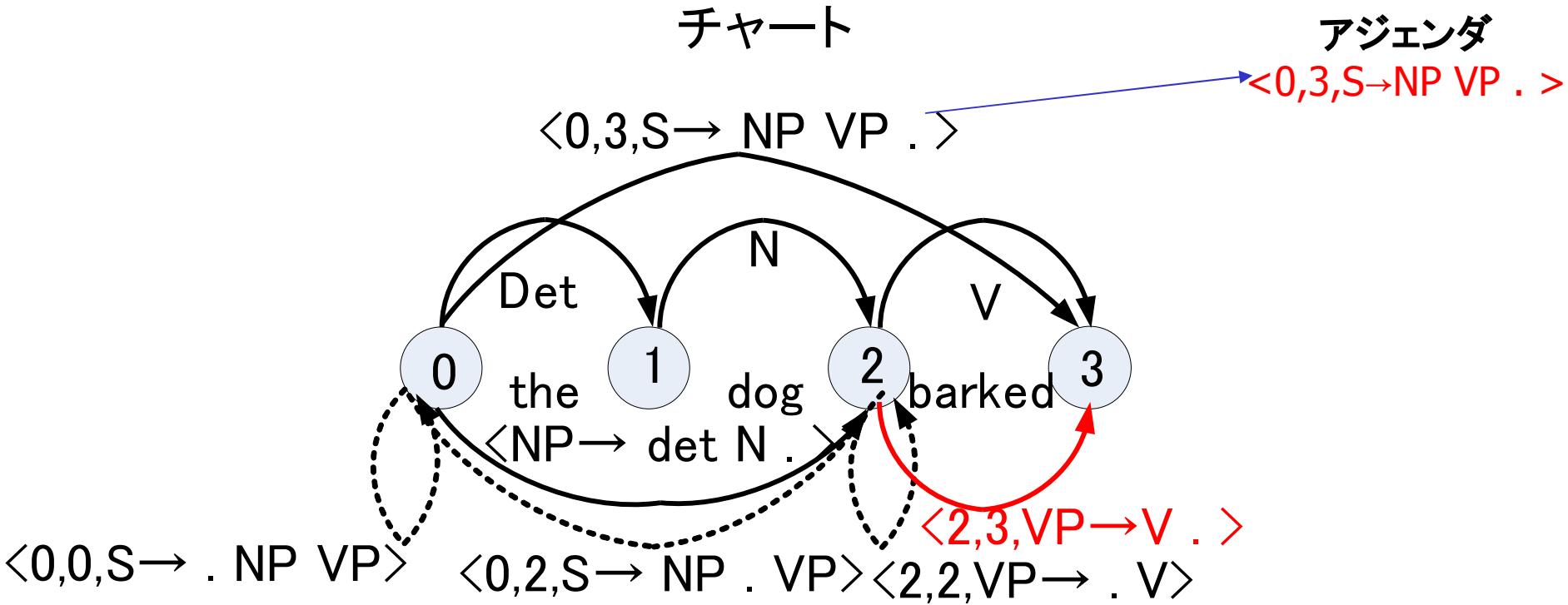
弧の結合

arcが不活性弧 $\langle i, j, Y \rightarrow \gamma \rangle$ のとき、

arcの左にある活性弧 $\langle k, i, X \rightarrow a. Y \beta \rangle$ を探し、結合する  
結合してできた新しい弧 $\langle i, k, X \rightarrow aY. \beta \rangle$ をアジェンダに追加

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

チャート



アジェンダ

$\langle 0, 3, S \rightarrow NP\ VP \ . \rangle$

$\langle S \rightarrow NP\ .\ VP \rangle$  と  $\langle VP \rightarrow V\ . \rangle$  を結合して  $\langle S \rightarrow NP\ VP\ . \rangle$  を得る

# The dog barked. 23/27



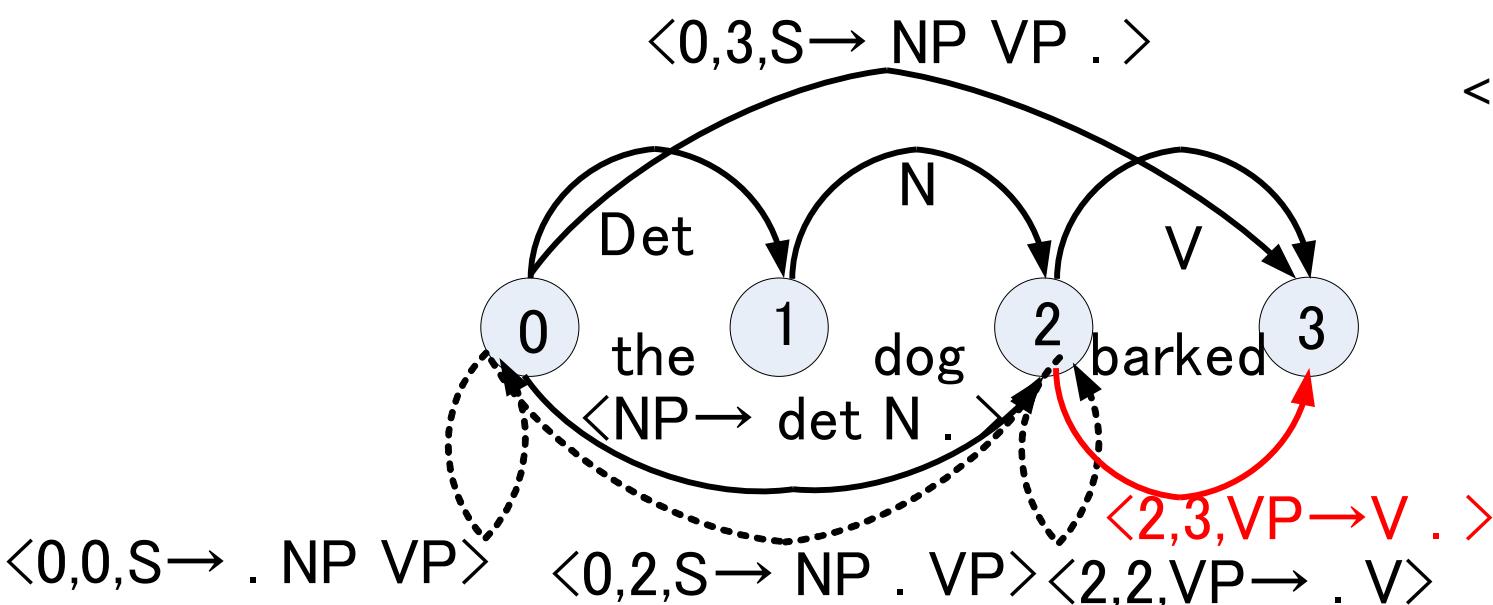
新しい弧の提案

arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a. Y\beta \rangle$ のとき,

$Y$ を左辺とする規則 $Y \rightarrow \gamma$ (辞書規則を除く)があれば、新しい活性弧 $\langle j, j, Y \rightarrow . \gamma \rangle$ を作つてアジェンダに追加

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP VP$
  - $NP \rightarrow Det N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V NP$

チャート



arcは不活性弧なので何もしない

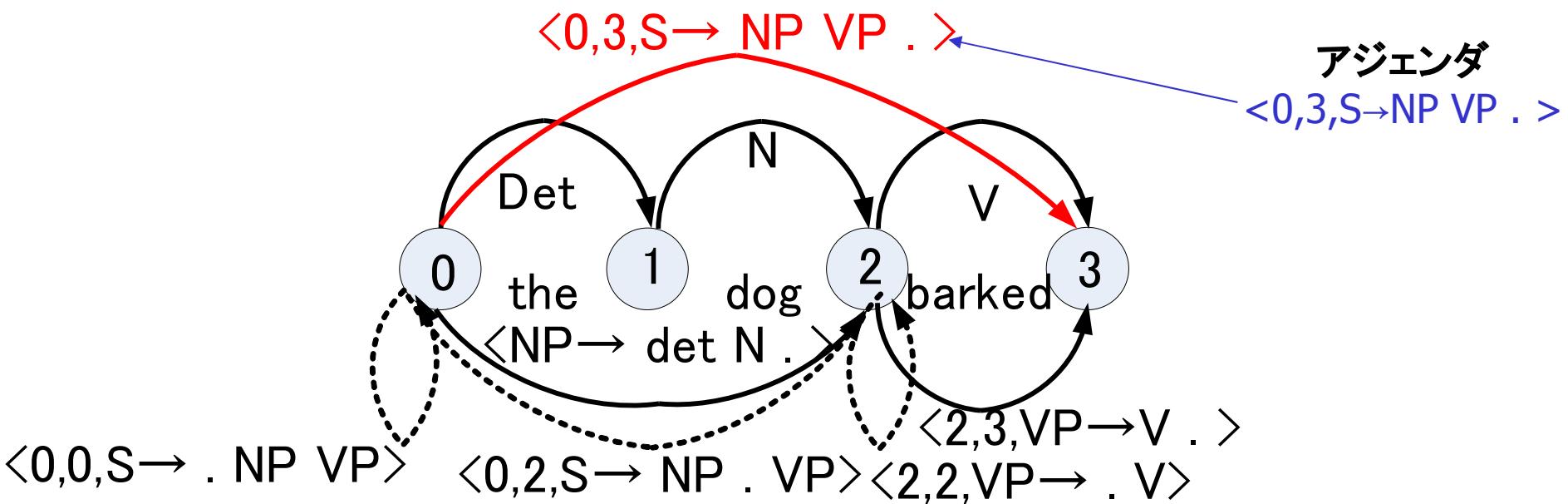
# The dog barked. 24/27

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

弧の選択

アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)

チャート



# The dog barked. 25/27

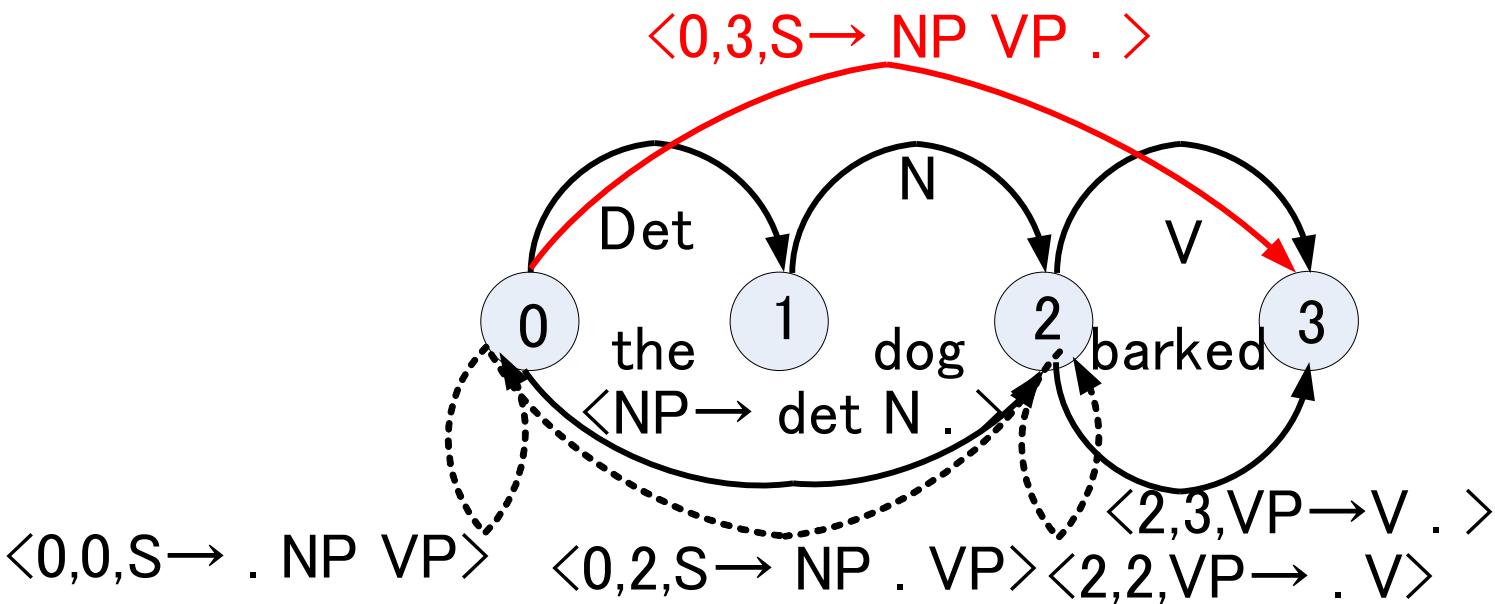
弧の結合

arcが**不活性弧** $\langle i, j, Y \rightarrow \gamma . \rangle$ のとき、

arcの左にある活性弧 $\langle k, i, X \rightarrow a. Y \beta \rangle$ を探し、結合する  
結合してできた新しい弧 $\langle i, k, X \rightarrow a Y. \beta \rangle$ をアジェンダに追加

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

チャート



アジェンダ

$\langle k, i, X \rightarrow a. Y \beta \rangle$ がないので何もしない

# The dog barked. 26/27

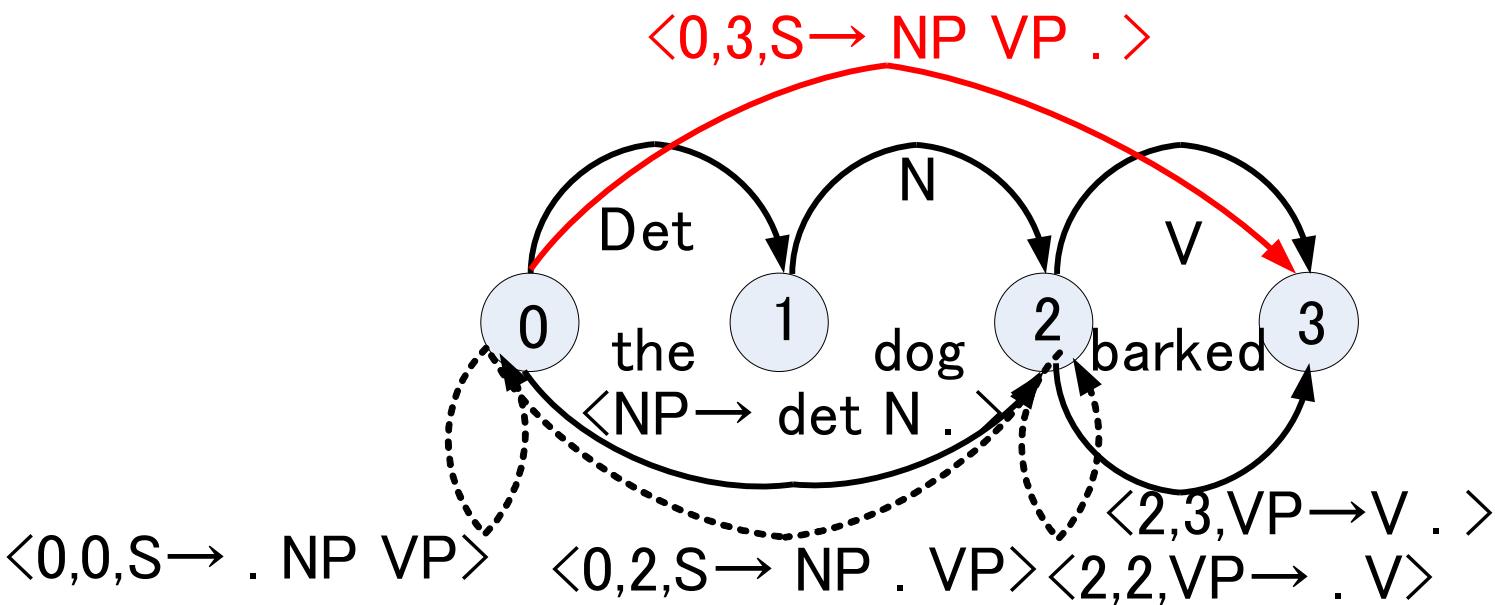
新しい弧の提案

arcが活性弧 $\langle i, j, X \rightarrow a. Y\beta \rangle$ のとき,

$Y$ を左辺とする規則 $Y \rightarrow \gamma$ (辞書規則を除く)があれば、新しい活性弧 $\langle j, j, Y \rightarrow . \gamma \rangle$ を作つてアジェンダに追加

- 文法(の一部)
  - $S \rightarrow NP VP$
  - $NP \rightarrow Det N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V NP$

チャート



アジェンダ

Arcは不活性弧なので何もしない

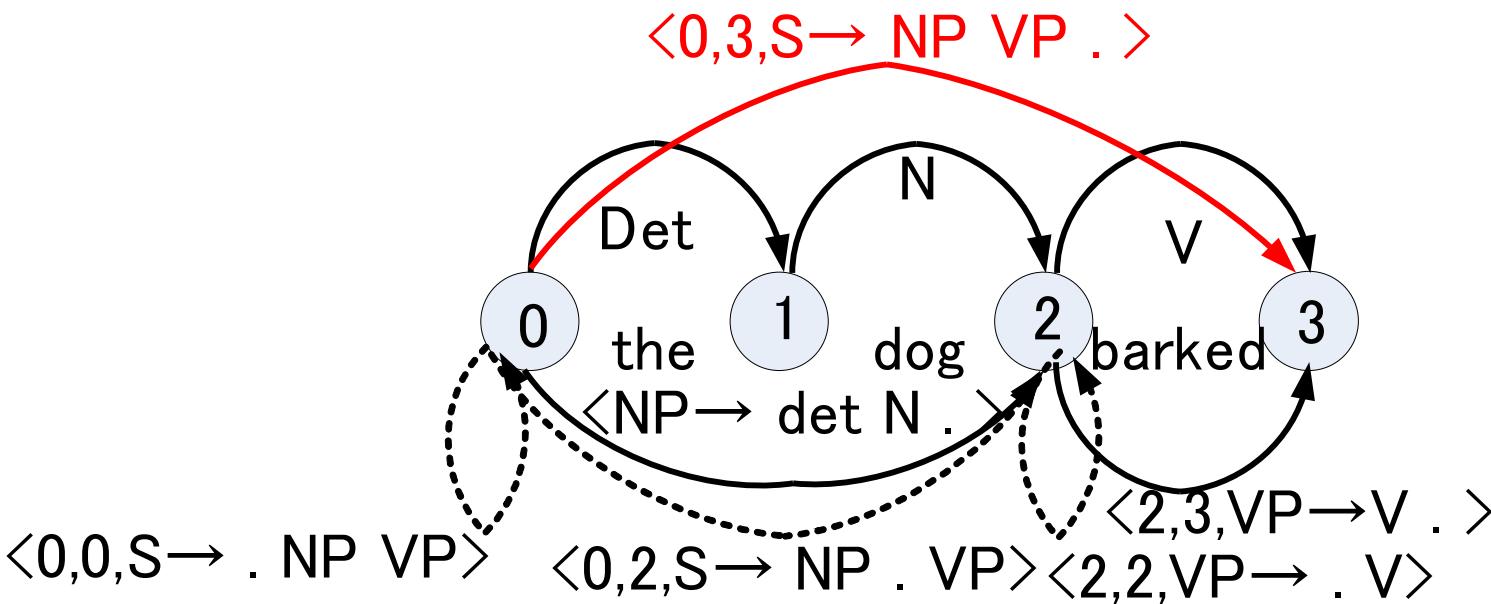
# The dog barked. 27/27

- 文法(の一部)
- $S \rightarrow NP\ VP$
  - $NP \rightarrow Det\ N$
  - $VP \rightarrow V$
  - $VP \rightarrow V\ NP$

弧の選択

アジェンダから弧を1個選びチャートに追加(選んだ弧=arc)

チャート

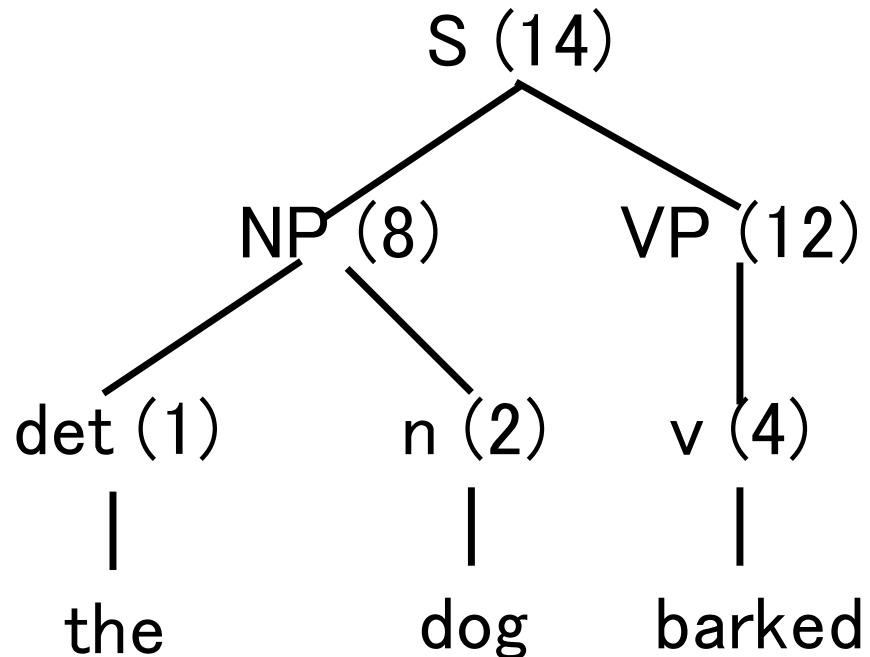


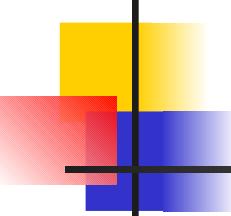
アジェンダ

アジェンダになにも無いので処理終了

# 構文木の復元

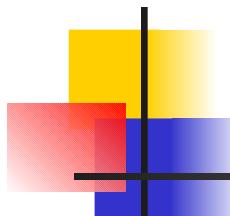
- 弧に履歴を残す。
  - 弧に識別番号をつける
  - 右辺がどの不活性弧によって構成されるかを記録
- 不活性弧の履歴をたどれば構文木が復元できる
- 得られる構文木の例
  - 番号は不活性弧の番号





# チャート法の特徴

- 計算量は  $O(n^3)$
- 任意の文脈自由文法が扱える
  - $A \rightarrow BCD$  も,  $A \rightarrow bC$  もOK
- 4種類の方式
  - トップダウンとボトムアップ
  - 縦型探索と横型探索
- 文法の予測能力が使える
  - 無駄な弧を生成しないので効率が良い(トップダウンチャート法)
- 広く使われている

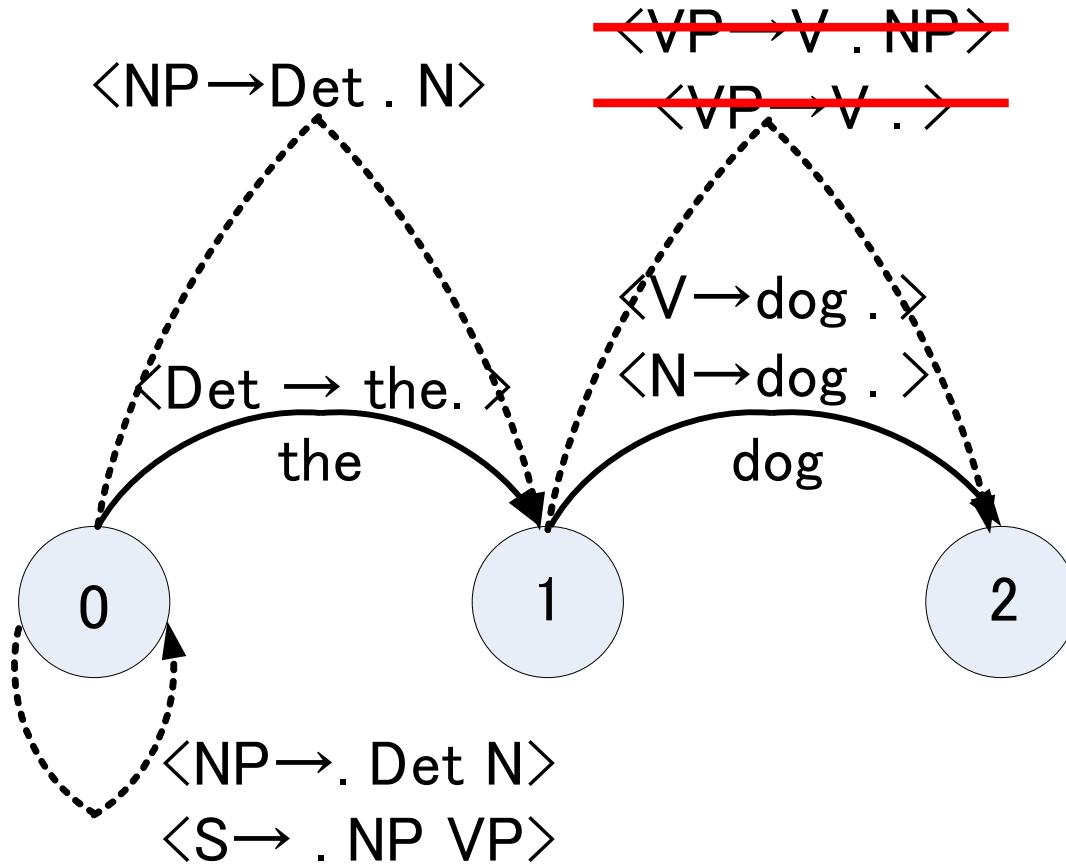


# 縦型探索と横型探索

- 縦型探索
  - 1つの解の候補の解析を優先的に進める
  - 文が文法によって生成できるかだけを調べるときに便利
- 横型探索
  - 全ての解の候補の解析を並列に進める
  - ビームサーチが使える
- チャート法では両方とも可能
- アジェンダをスタック(LIFO)にしたときは縦型探索
- アジェンダをキュー(FIFO)にしたときは横型探索

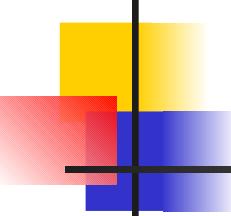
# 文法の予測能力

- 無駄な弧は生成されない
- 文法によってDetの後にはVが現れないことが予想されている



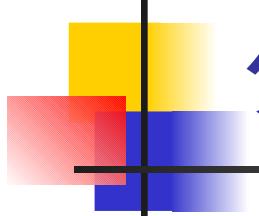
## 文法

- $S \rightarrow NP \ VP$
- $NP \rightarrow det \ N$
- $VP \rightarrow V$
- $VP \rightarrow V \ NP$
- $Det \rightarrow the$
- $N \rightarrow dog$
- $V \rightarrow dog$  (highlighted in red)
- $V \rightarrow barked$



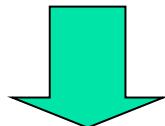
# グラフ

- 動的計画法(Dynamic Programming)
  - 解くのに時間のかかる問題を、複数の部分問題に分割することで効率的に解くアルゴリズム
  - 例
    - ダイクストラ法
    - DPマッチング
    - CYK法

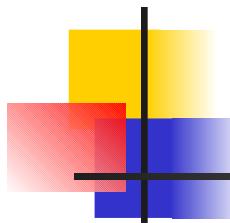


# ダイクストラ法

- 動的計画法を最短経路問題に適用



- 最適経路中の部分経路もまた最適経路になっている

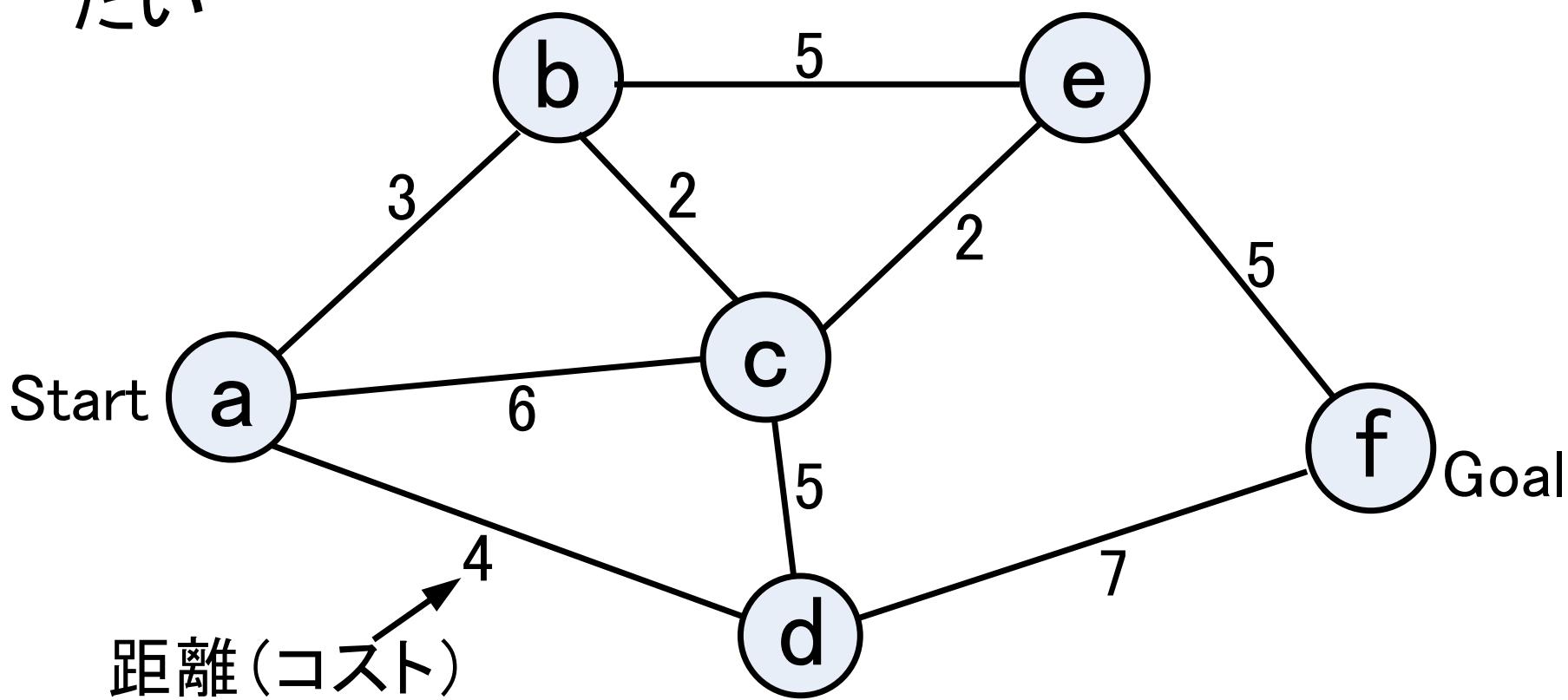


# 身近な最短経路問題

- 道路の経路探索(カーナビなど)

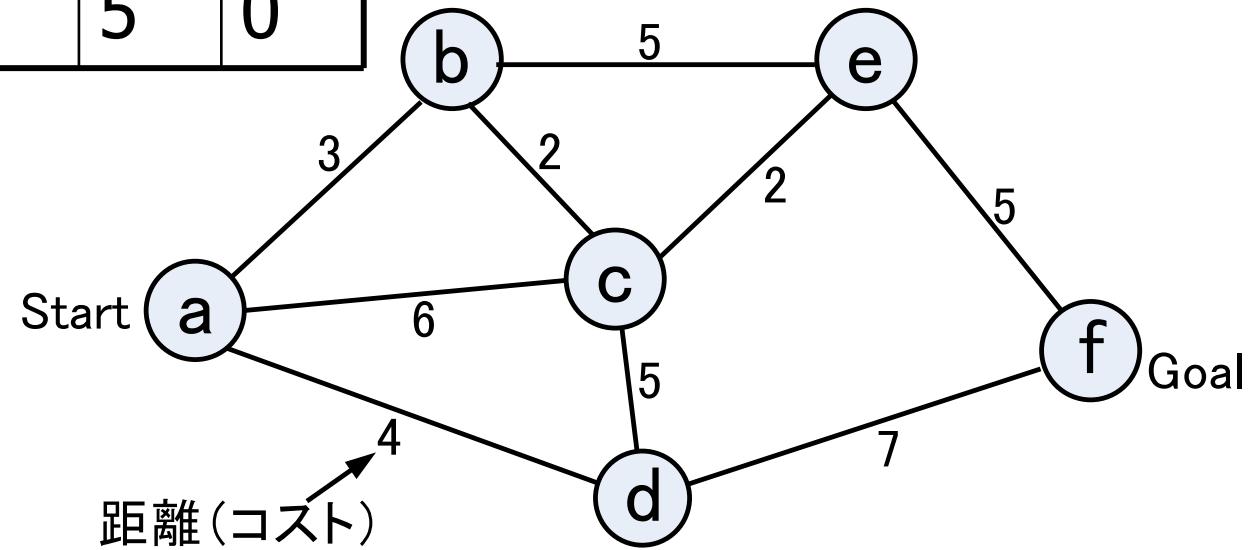
# ダイクストラ法（最短経路問題用 アルゴリズム）

- StartノードからGoalノードへ最小コストで移動したい

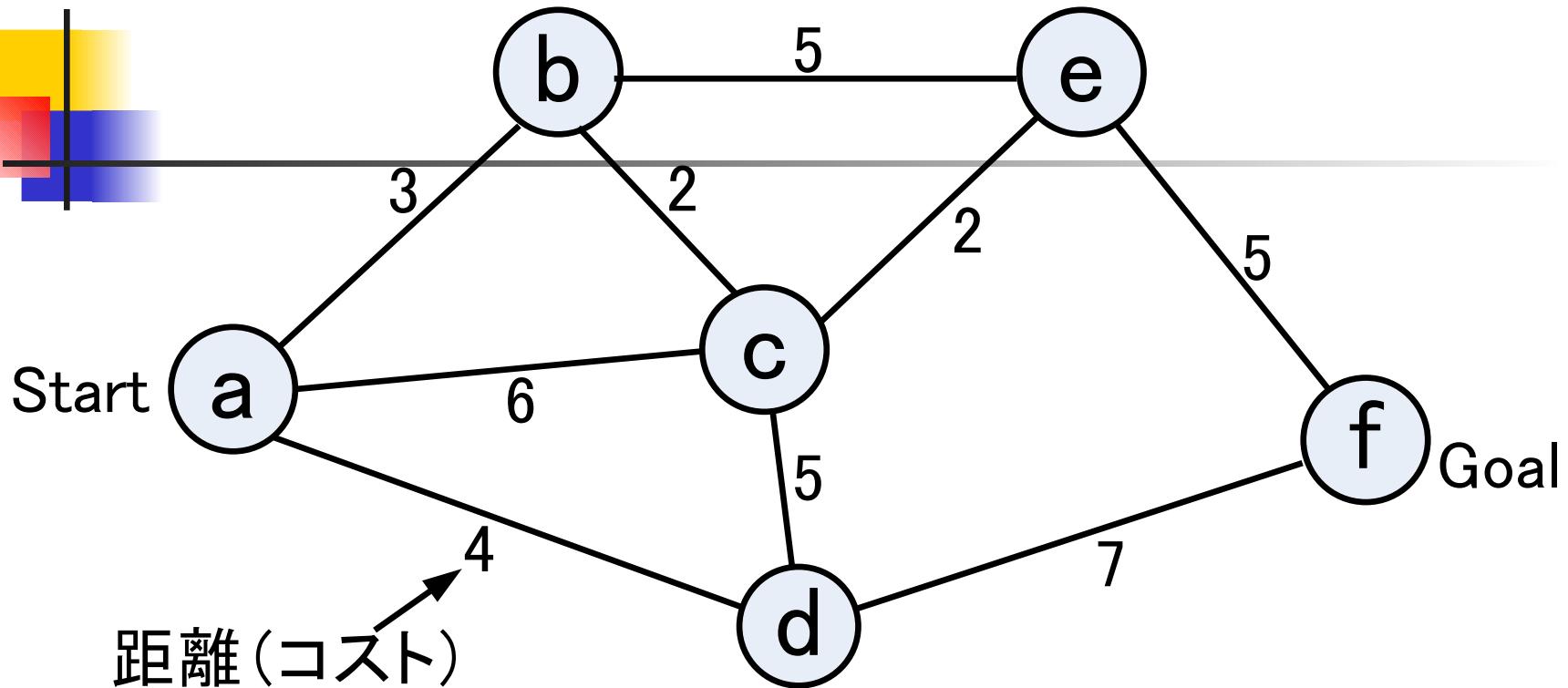


# 隣接行列(コスト付き)

	a	b	c	d	e	f
a	0	3	6	4	-	-
b	3	0	2	-	5	-
c	6	2	0	5	2	-
d	4	-	5	0	-	7
e	-	5	2	-	0	5
f	-	-	-	7	5	0

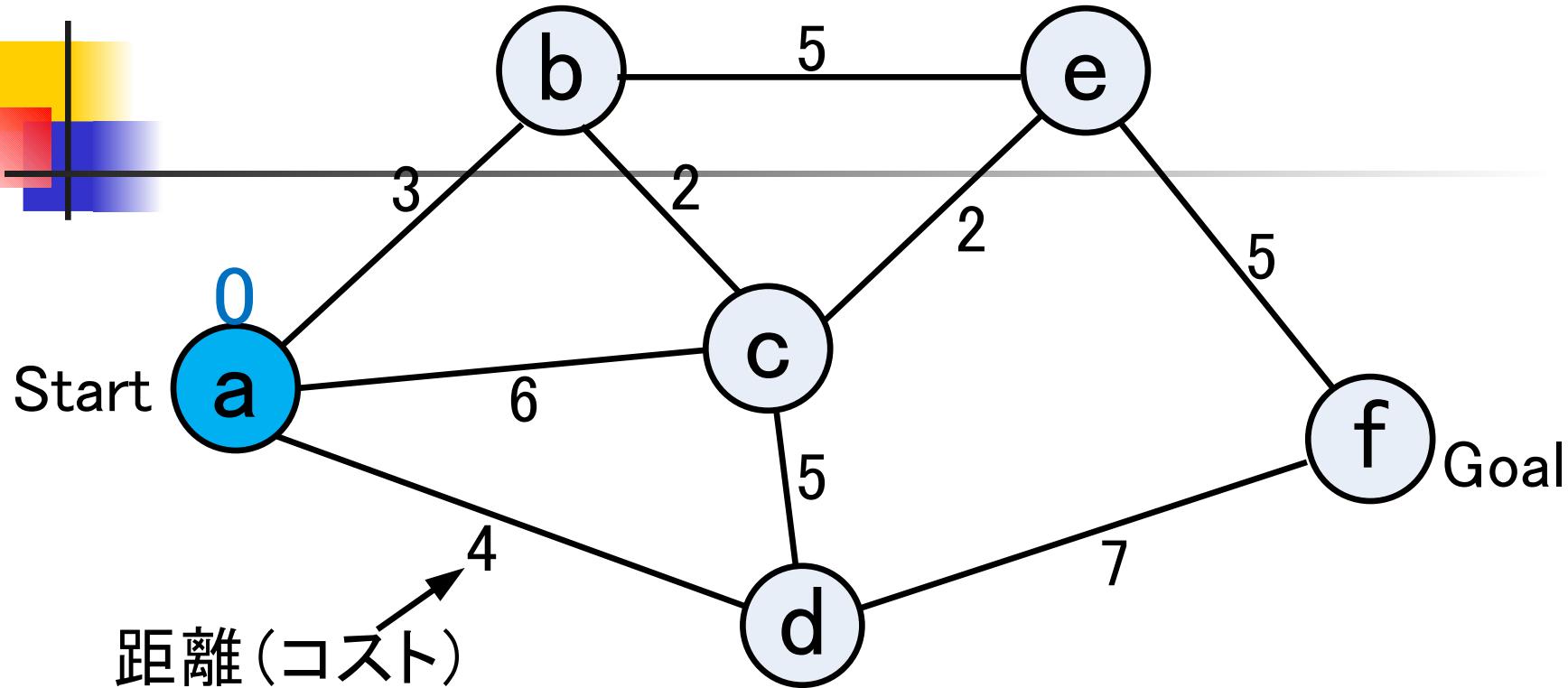


# ダイクストラ法 動作例 1/13



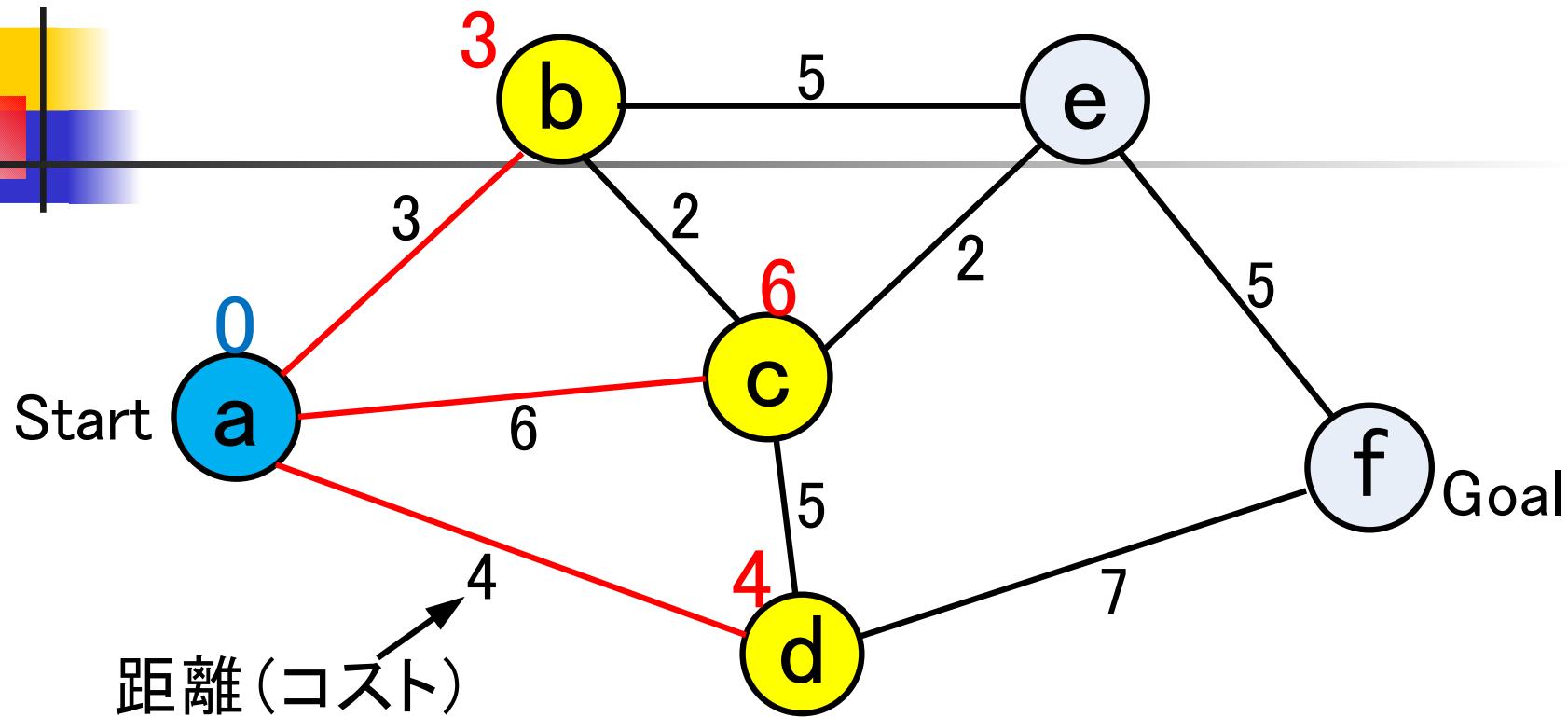
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - 7 Startからの最短距離候補(未確定)
  - 7 Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーチ  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 2/13



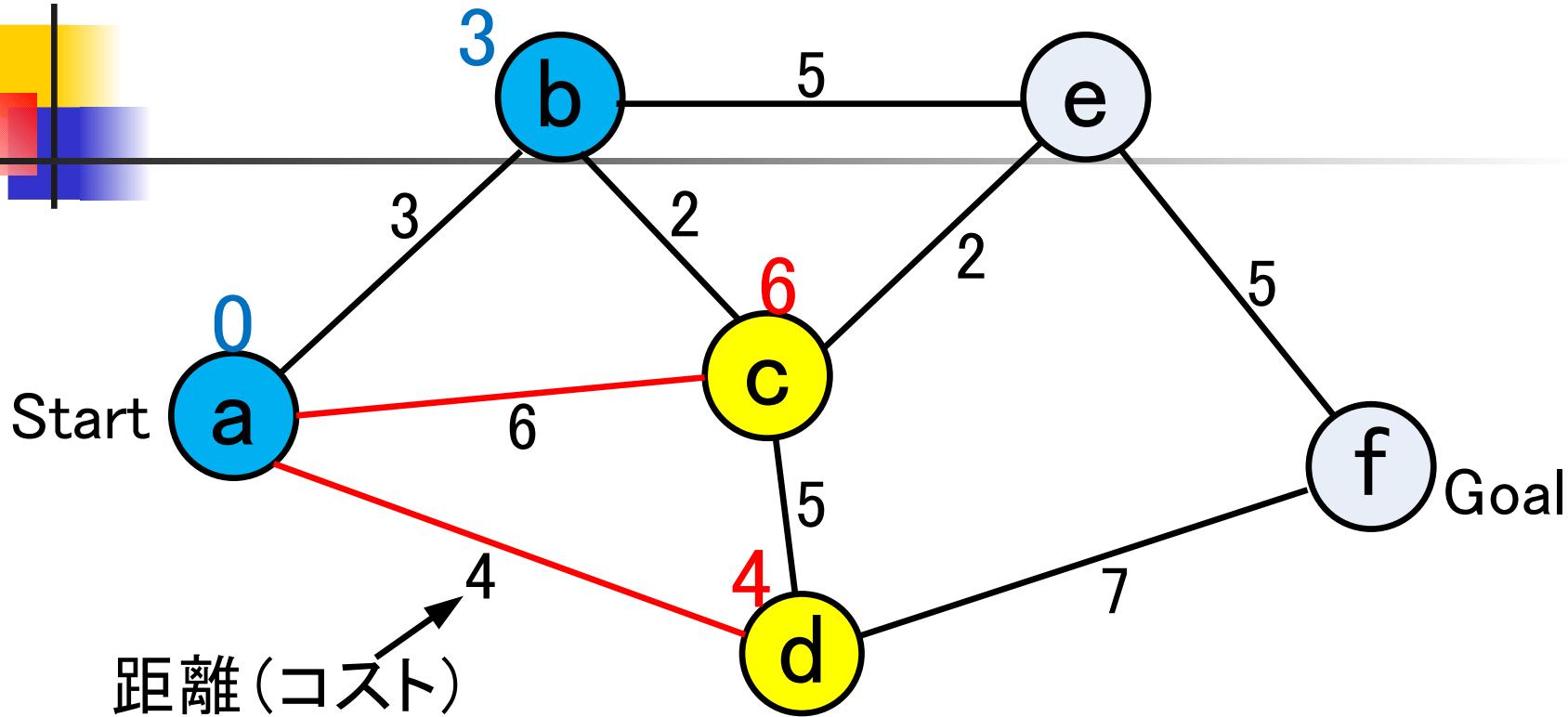
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - Startからの最短距離候補(未確定)
  - Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーケ  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 3/13



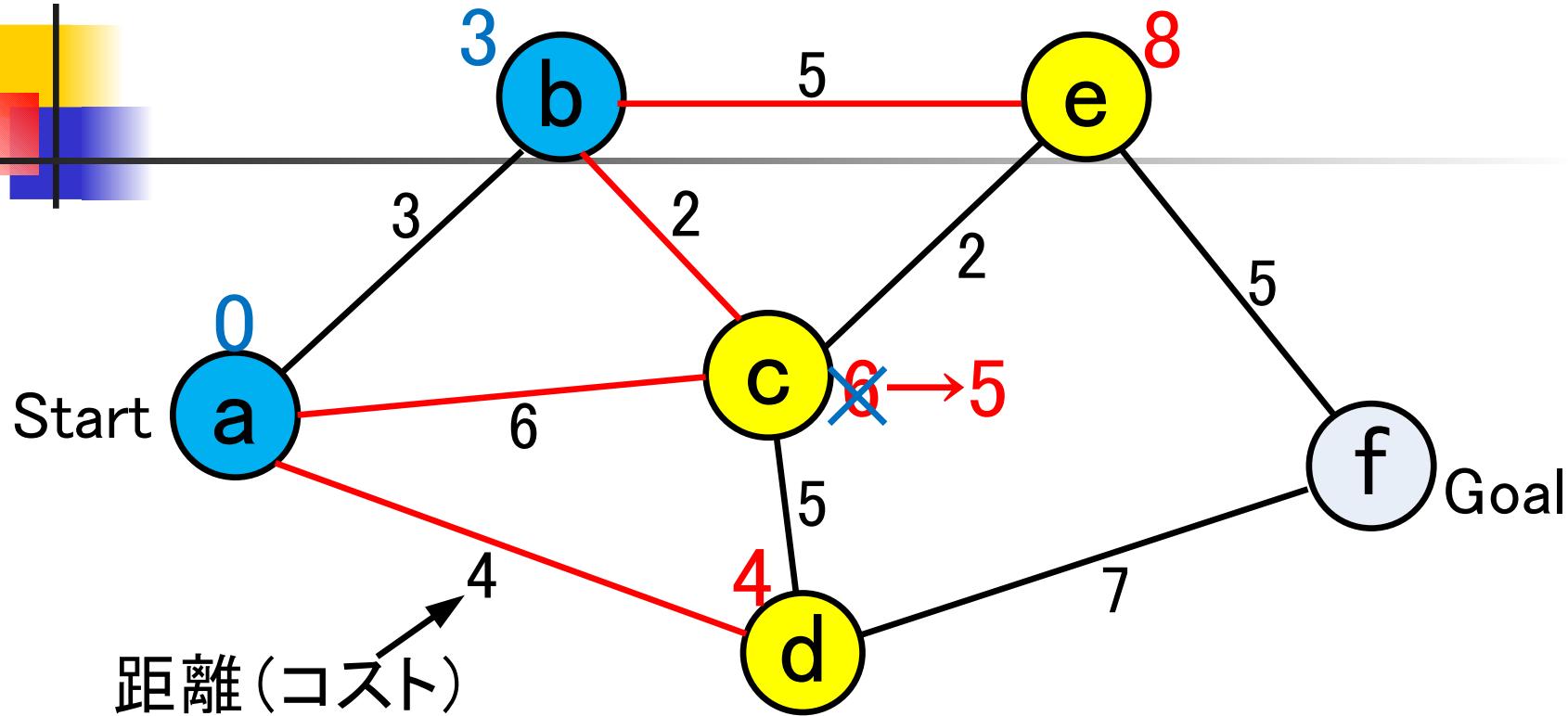
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - Startからの最短距離候補(未確定)
  - Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーチ  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 4/13



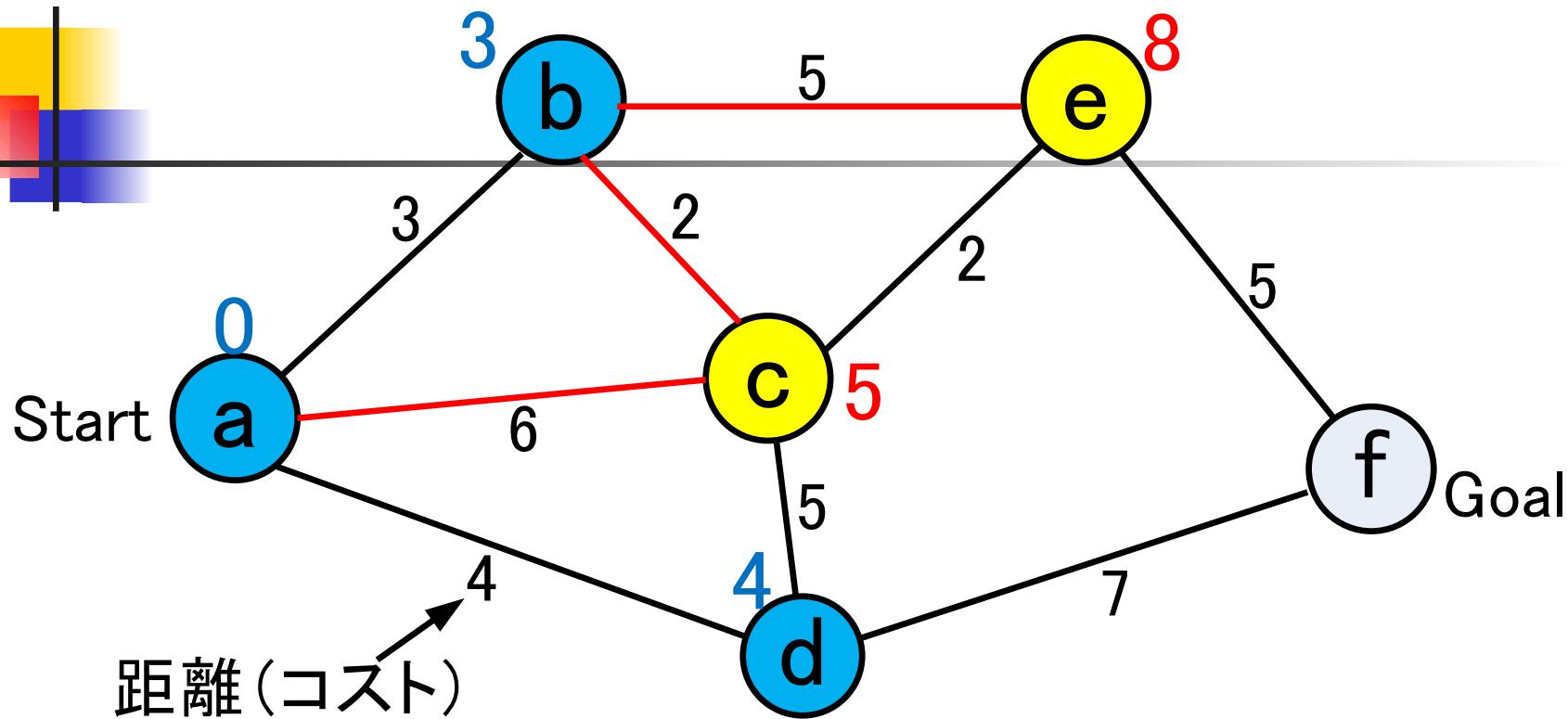
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - Startからの最短距離候補(未確定)
  - Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーカイク  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 5/13



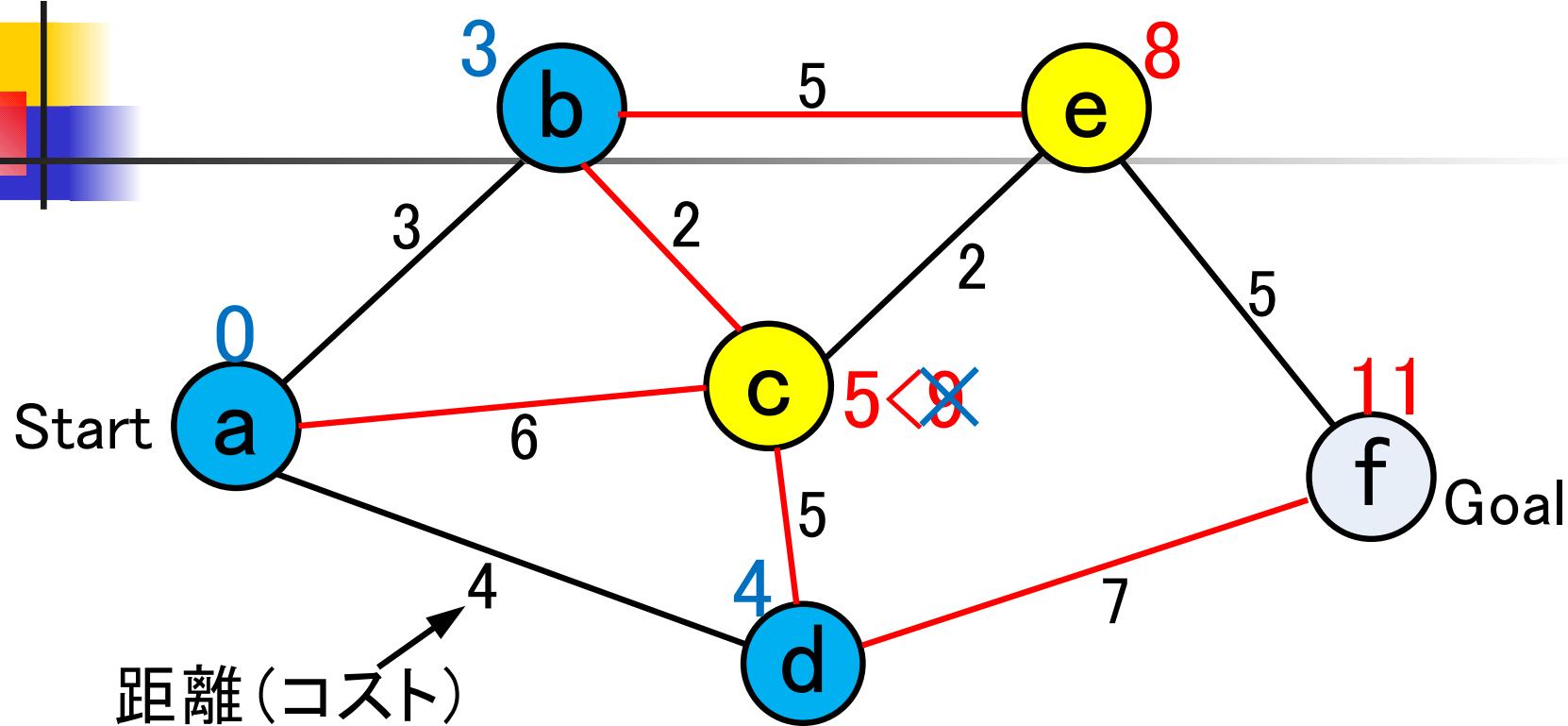
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - Startからの最短距離候補(未確定)
  - Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーカイク  
— 次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 6/13



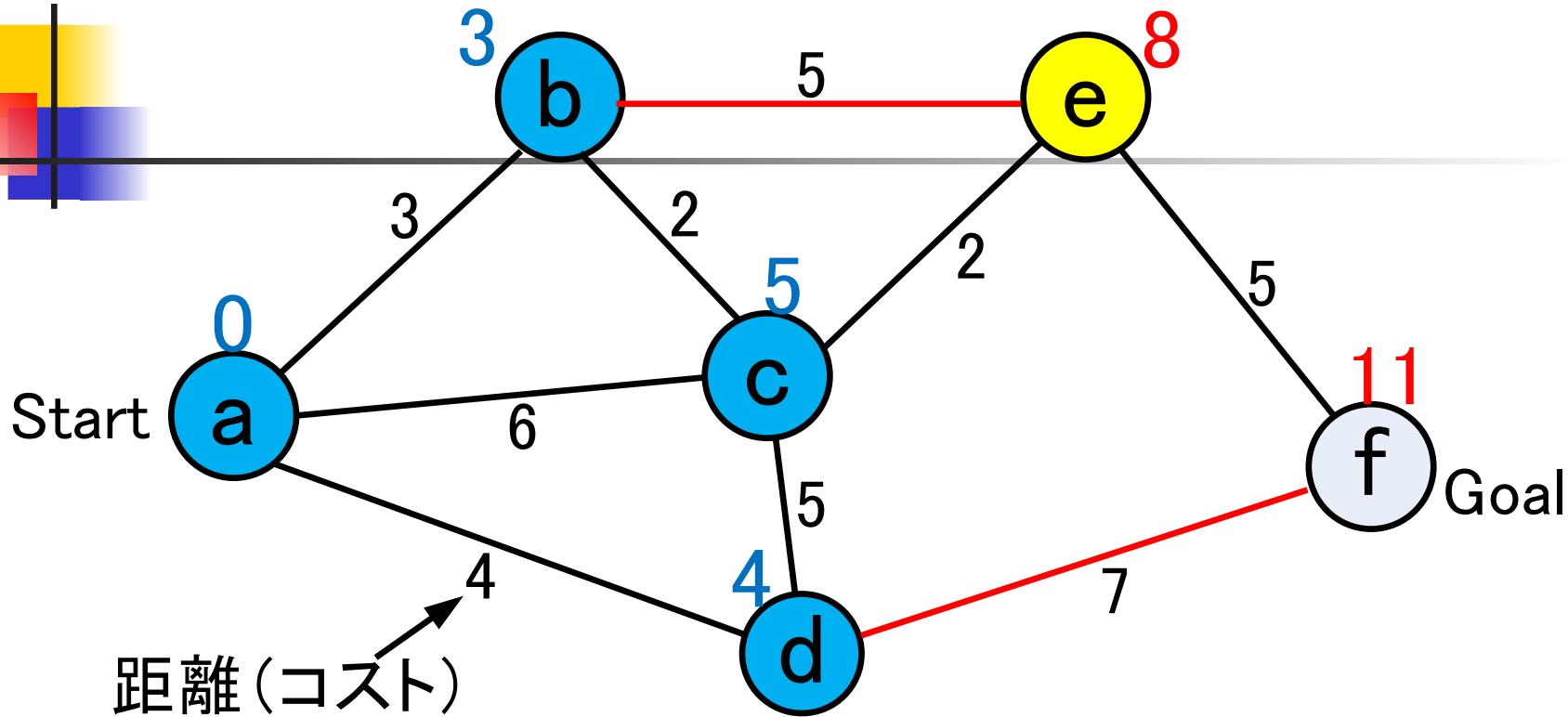
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - Startからの最短距離候補(未確定)
  - Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーチ  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 7/13



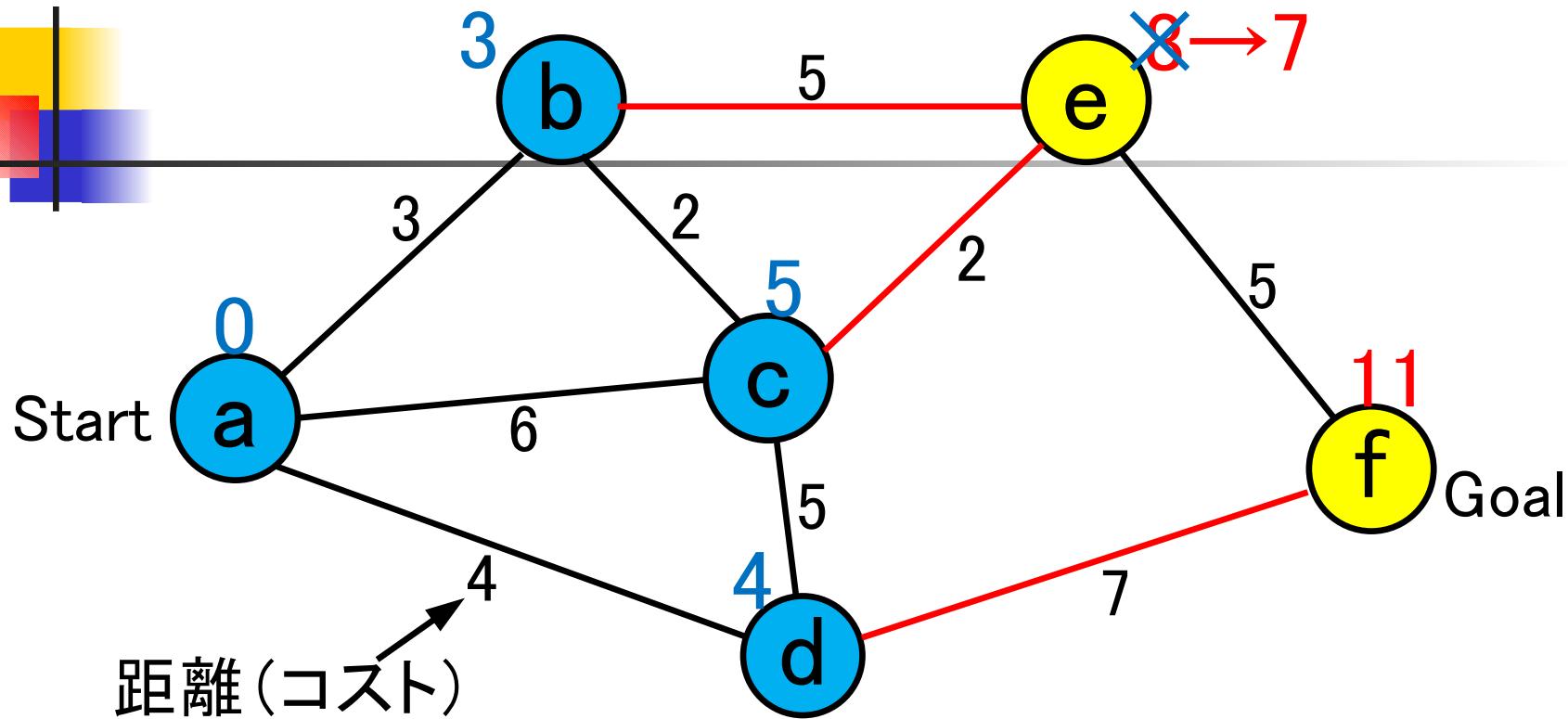
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - Startからの最短距離候補(未確定)
  - Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーケ  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 8/13



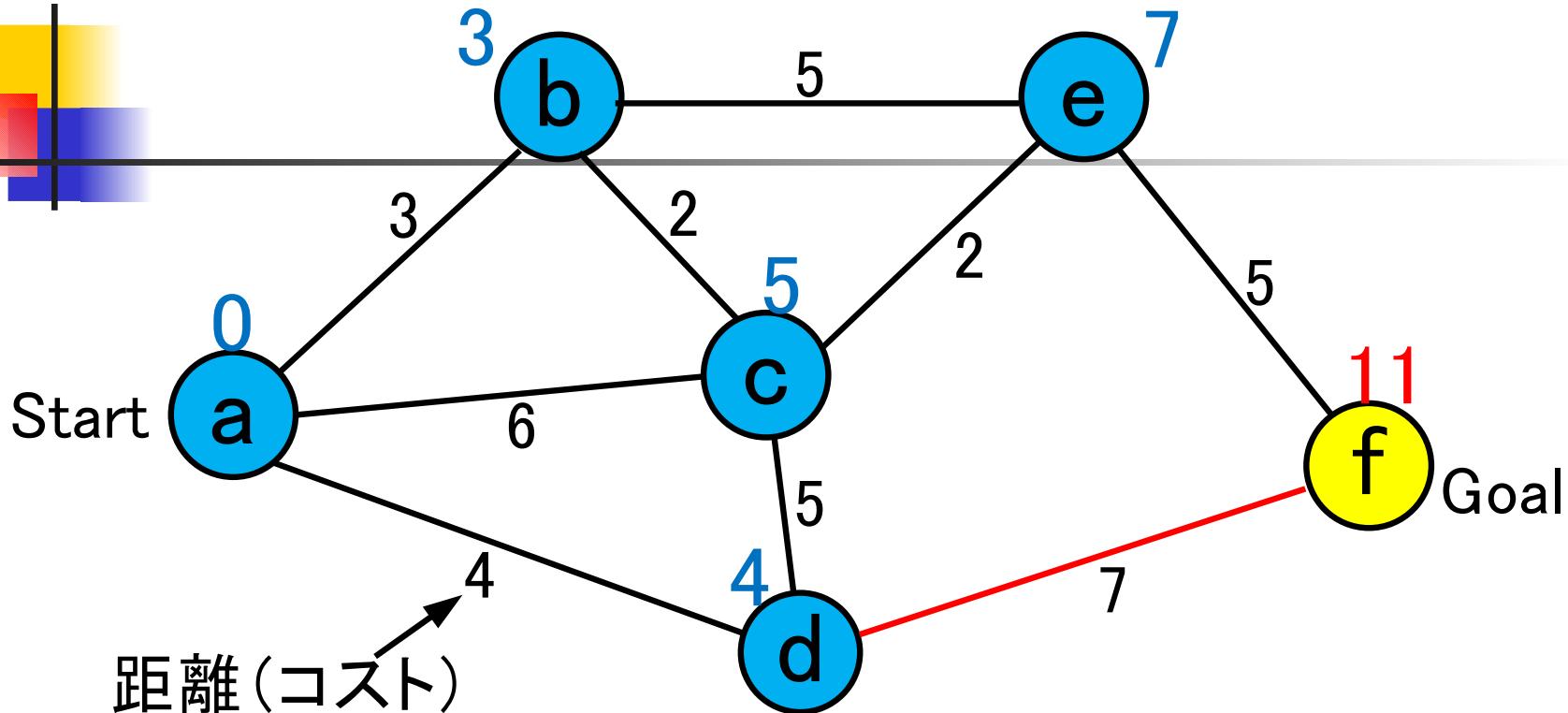
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - Startからの最短距離候補(未確定)
  - Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーチ  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 9/13



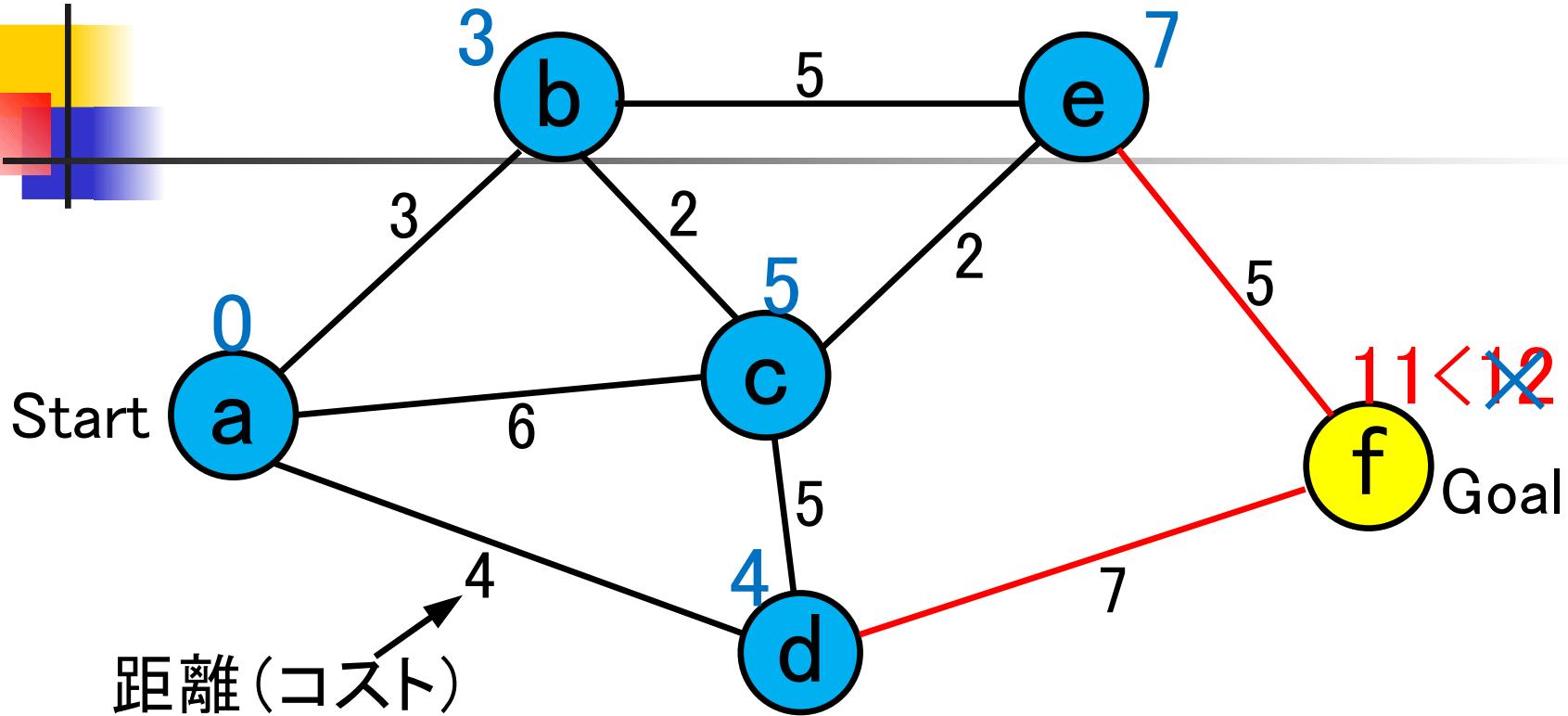
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - Startからの最短距離候補(未確定)
  - Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーチ  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 10/13



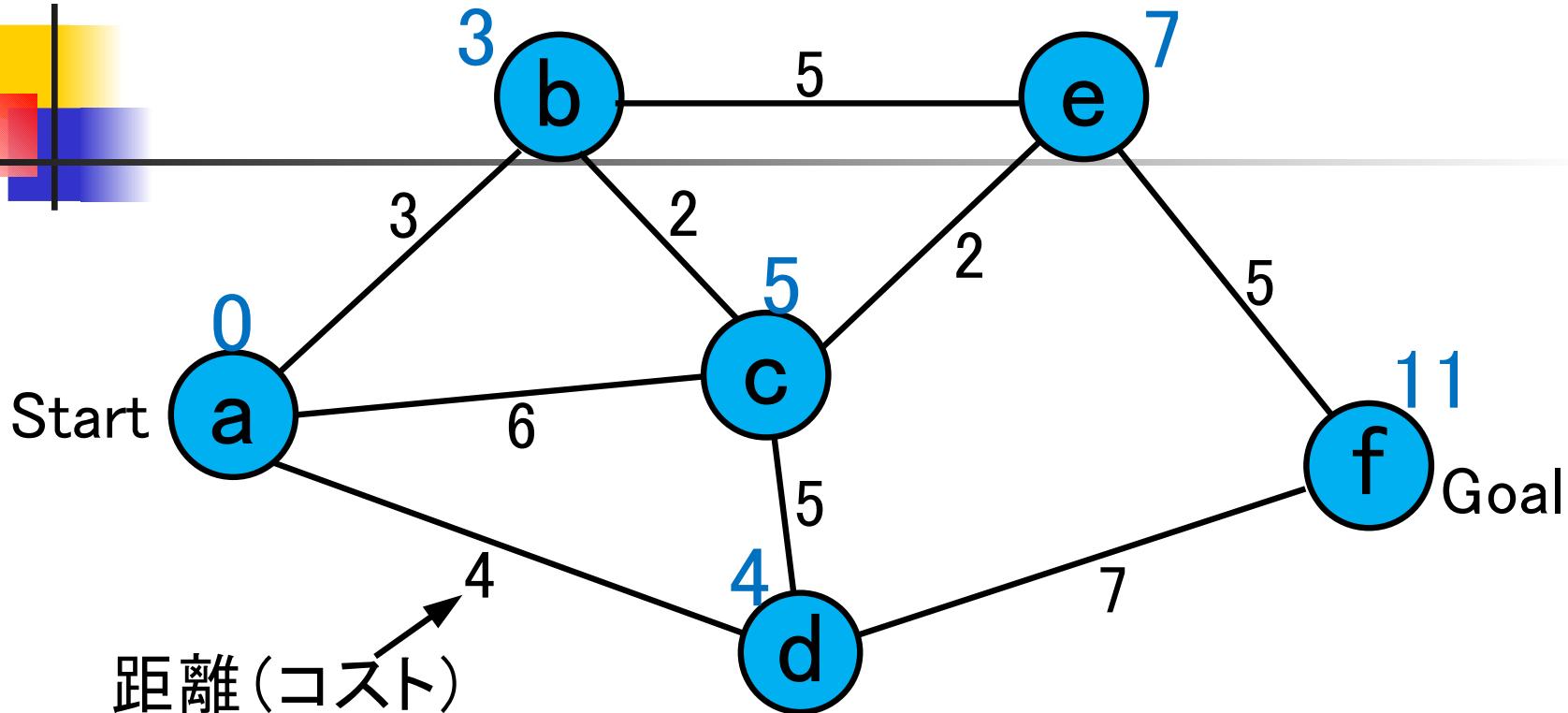
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - Startからの最短距離候補(未確定)
  - Startからの最短距離(確定済)
- アーカイク (確定済ノードからのアーカイク):
- a → b (cost 3)
  - a → c (cost 6)
  - a → d (cost 4)
  - b → e (cost 5)
  - c → e (cost 2)
  - c → d (cost 5)
  - e → f (cost 5)
- 次期確定ノード決定に使用:
- a → f (cost 7)

# ダイクストラ法 動作例 11/13



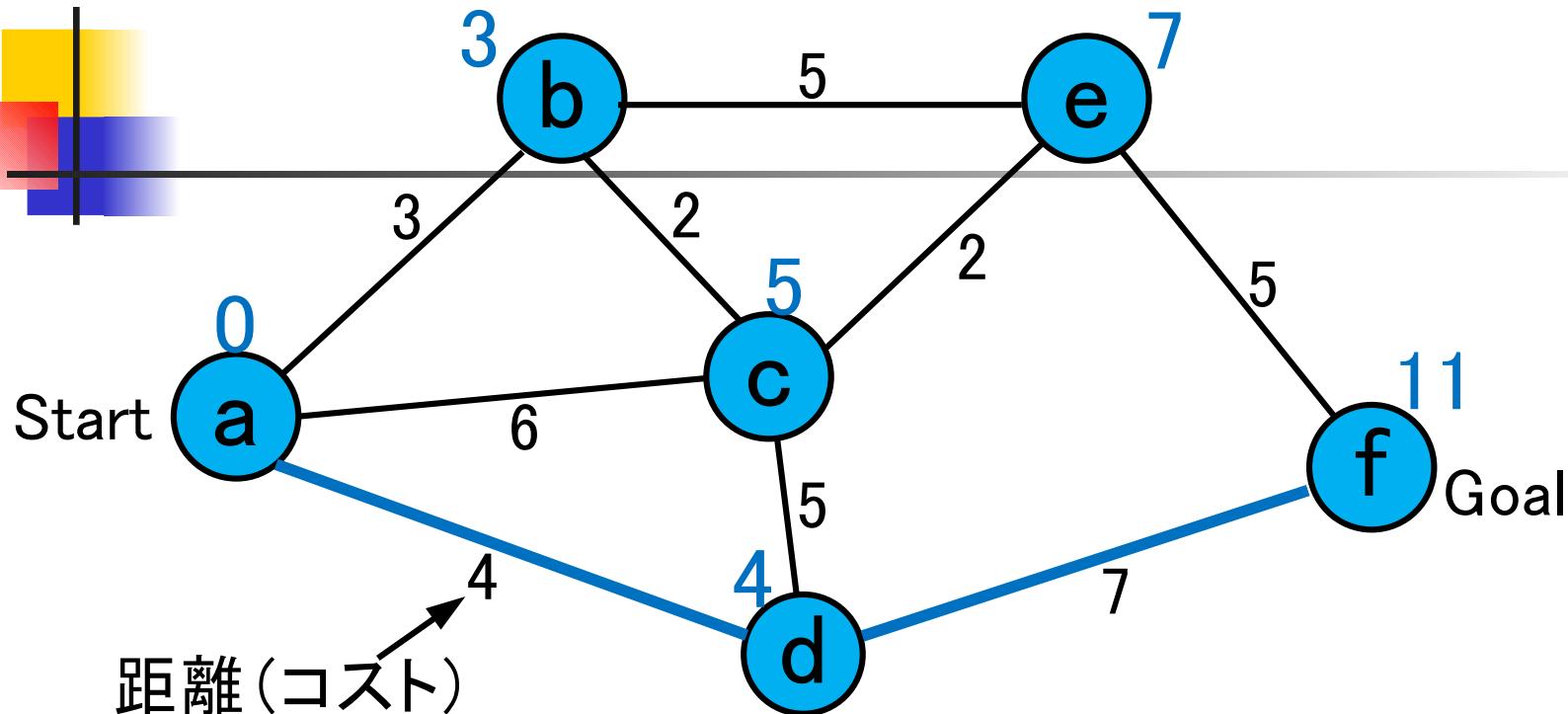
- Startからの最短経路が確定していないノード
  - Startからの最短経路を確定中のノード
  - Startからの最短経路が確定したノード
  - 7 Startからの最短距離候補(未確定)
  - 7 Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーチ  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 12/13



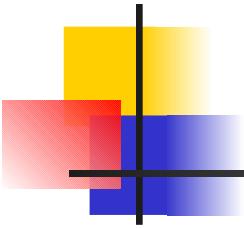
- Startからの最短経路が確定していないノード
- Startからの最短経路を確定中のノード
- Startからの最短経路が確定したノード
- 7 Startからの最短距離候補(未確定)
- 7 Startからの最短距離(確定済)
- 確定済ノードからのアーチ  
次期確定ノード決定に使用

# ダイクストラ法 動作例 13/13

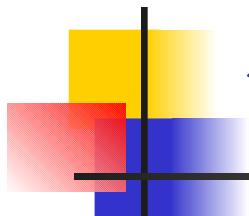


- Startからの最短経路が確定していないノード
- Startからの最短経路を確定中のノード
- Startからの最短経路が確定したノード
- 7 Startからの最短距離候補(未確定) — 確定済ノードからのアーチ  
7 Startからの最短距離(確定済) — 次期確定ノード決定に使用
- StartからGoalまでの最短経路

# ダイクストラ法 アルゴリズム

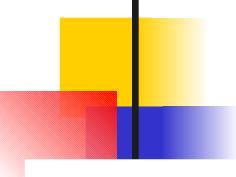


1. 初期化: スタートノードの値(最小コスト候補)を0, 他のノードの値を無限大に設定
2. 未確定ノードが無くなるまで以下のループを繰り返す.
  1. 確定中ノードのうち, 最小の値を持つノードを見つけ, 確定ノードとする.
  2. 確定ノードからのエッジに対して「確定ノードまでのコスト + エッジのコスト」を計算し, そのノードの現在値よりも小さければ更新.



# ダイクストラ法の特徴

- 最短経路の見つけ方
  - ゴールノードから「どこから来たのか」調べ、さかのぼる。
- マイナスのコストを持つエッジは扱えない。
- 特定のノードからの最短距離およびその経路が全てのノードに対して求まる。



# DPマッチング

## (例: 文字列の照合)

- 2つの文字列がどのくらい似ているかを調べる。
  - Yamanashi は kamonohashi と takahashi
- 音声認識にも使える
  - 音声を文字列に変換した後、登録単語と比較
  - (現在主流の)HMM(Hidden Markov Model)に拡張可能
- DNAの比較にも使える
  - A(アデニン), G(グアニン), C(シトシン), T(チミン)の並び方の比較
  - ACTGAGCATT と CTGGACTACG の比較