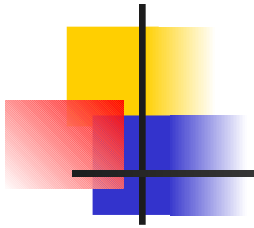
アルゴリズムとデータ構造III
7回目：11月13日

グラフ
（動的計画法，ダイクストラ法，DPマッチング，
A*アルゴリズム）

授業資料　http://ir.cs.yamanashi.ac.jp/~ysuzuki/algorithm3/index.html

授業評価アンケート（中間期評価）



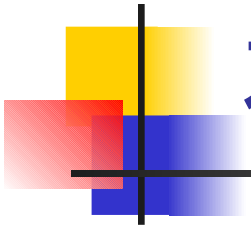
- 授業の最後に回収
- 授業科目番号：263216
- 授業科目名：アルゴリズムとデータ構造Ⅲ

授業の予定（中間試験まで）

1	10/02	スタック（後置記法で書かれた式の計算）
2	10/09	チューリング機械，文脈自由文法
3	10/16	構文解析　CYK法
4	10/23	構文解析　CYK法
5	10/30	構文解析（チャート法），グラフ（ダイクストラ法）
6	11/06	構文解析（チャート法），グラフ（ダイクストラ法，DPマッチング）
7	11/13	グラフ（DPマッチング，A*アルゴリズム）
8	11/20	グラフ（A＊アルゴリズム），前半のまとめ
9	11/27	中間試験

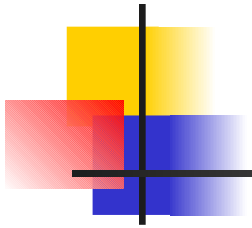
授業の予定(中間試験以降)

10	12/04	全文検索アルゴリズム(simple search, KMP)
11	12/11	全文検索アルゴリズム(BM, Aho-Corasick)
12	12/18	全文検索アルゴリズム(Aho-Corasick), データ圧縮
13	01/08	暗号(黄金虫, 踊る人形) 符号化(モールス信号, Zipfの法則, ハフマン符号)テキスト圧縮
14	01/15	テキスト圧縮 (zip), 音声圧縮 (ADPCM, MP3, CELP), 画像圧縮(JPEG)
15	01/29	期末試験



本日のメニュー

- 動的計画法
- ダイクストラ法（復習）
  - 動作例
  - アルゴリズム
- DPマッチング
  - 動作例
  - アルゴリズム
- A*アルゴリズム

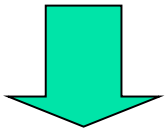


動的計画法 (Dynamic Programming)

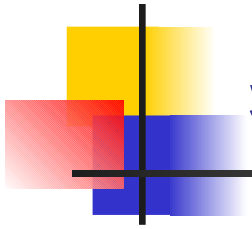
- 解くのに時間のかかる問題を、複数の部分問題に分割することで効率的に解くアルゴリズム

ダイクストラ法

- 動的計画法を最短経路問題に適用



- 最適経路中の部分経路もまた最適経路になっている

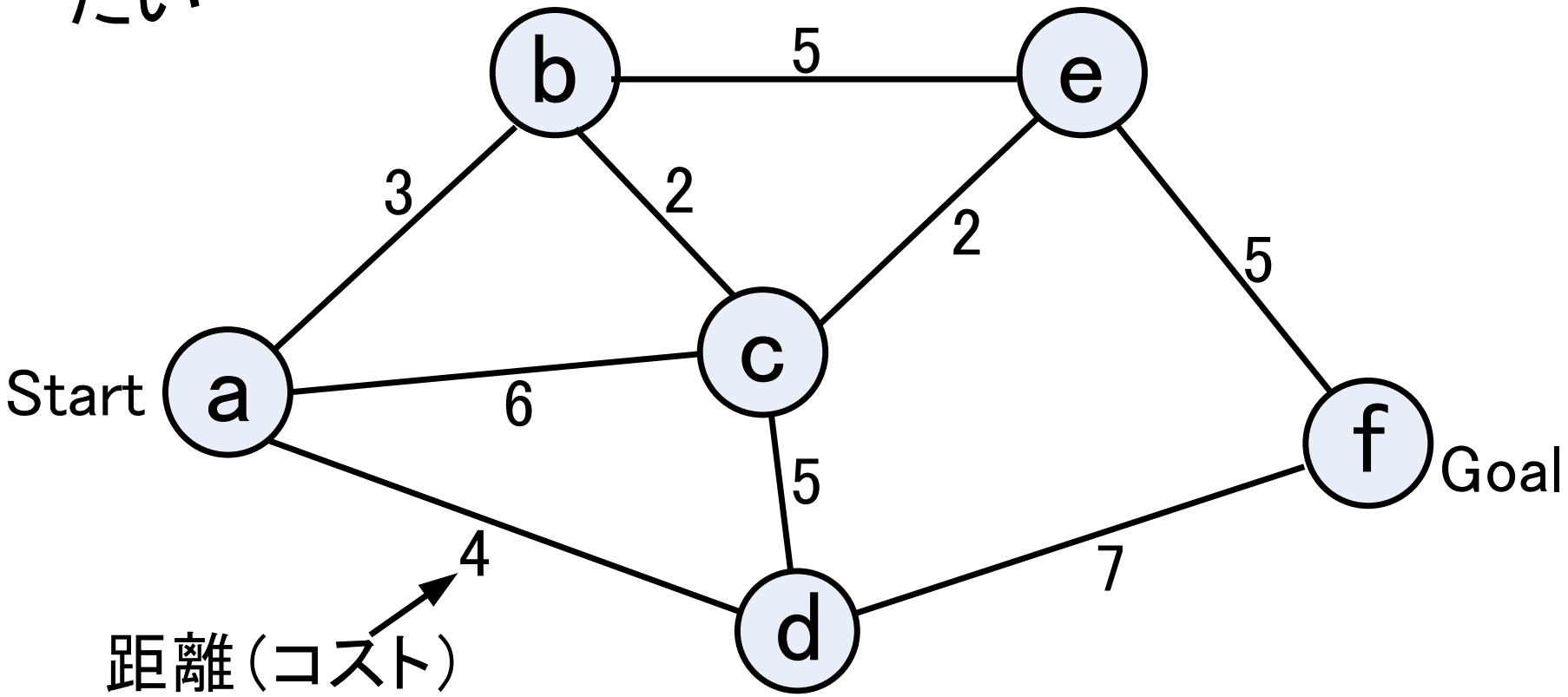


身近な最短経路問題

- 道路の経路探索（カーナビなど）

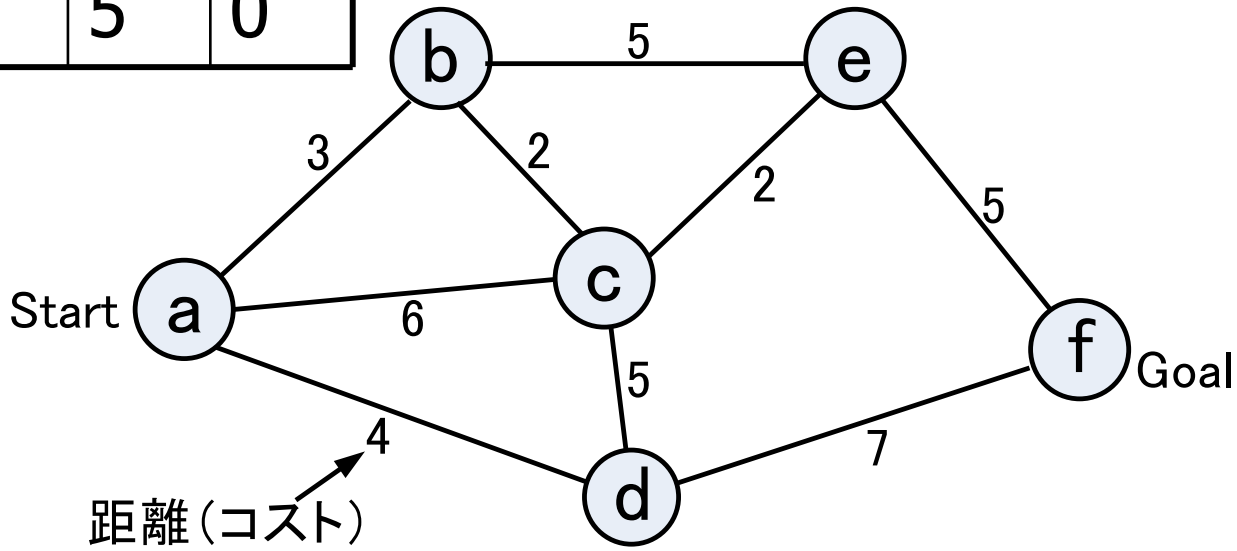
ダイクストラ法（最短経路問題用アルゴリズム）

- StartノードからGoalノードへ最小コストで移動したい

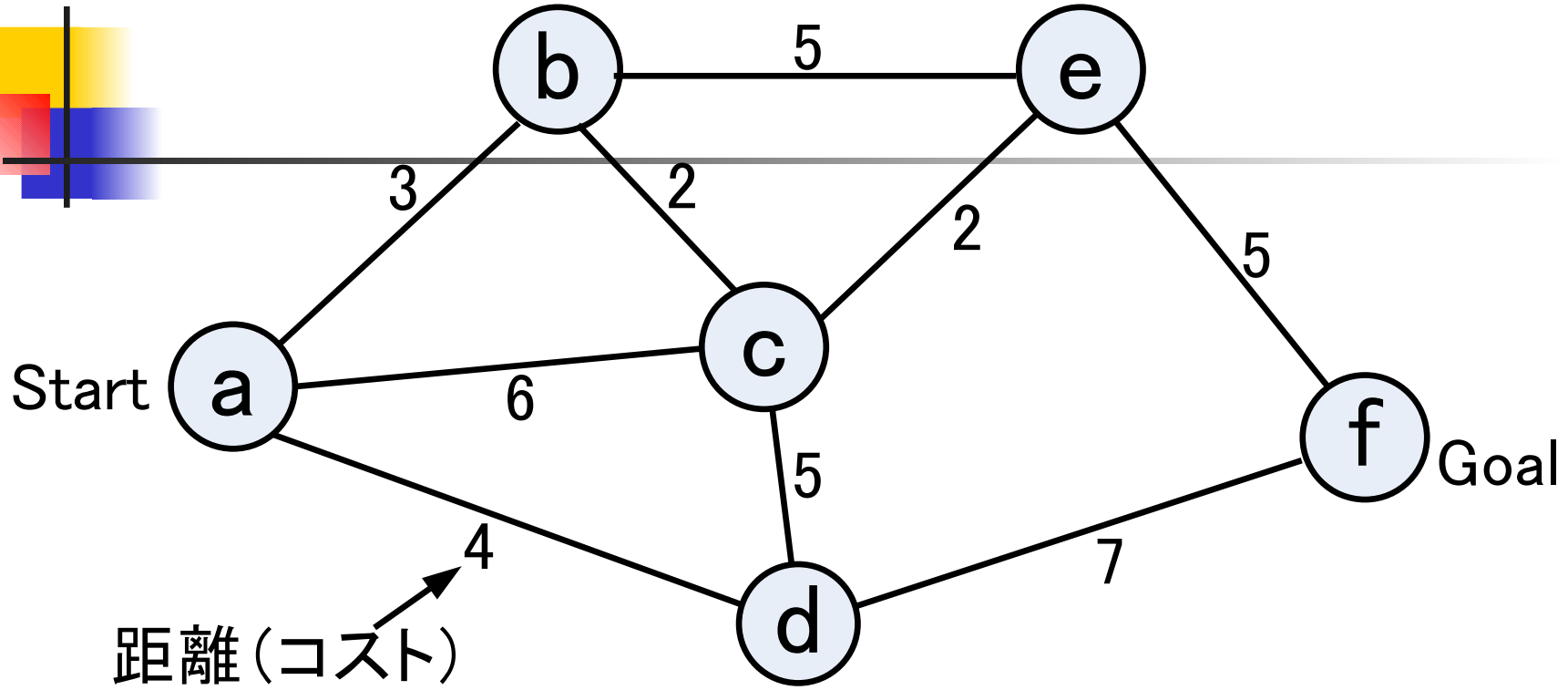


隣接行列(コスト付き)

	a	b	c	d	e	f
a	0	3	6	4	-	-
b	3	0	2	-	5	-
c	6	2	0	5	2	-
d	4	-	5	0	-	7
e	-	5	2	-	0	5
f	-	-	-	7	5	0



ダイクストラ法　動作例　1/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

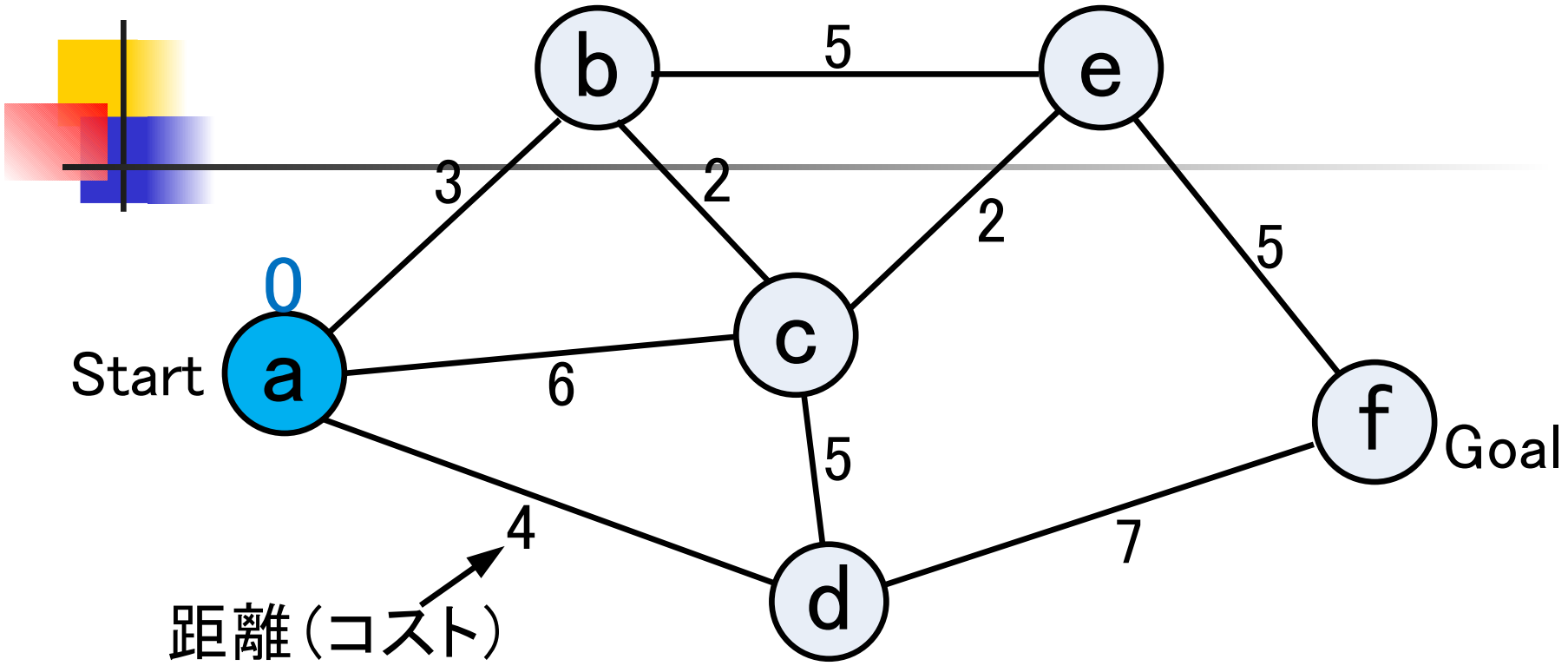
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　2/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

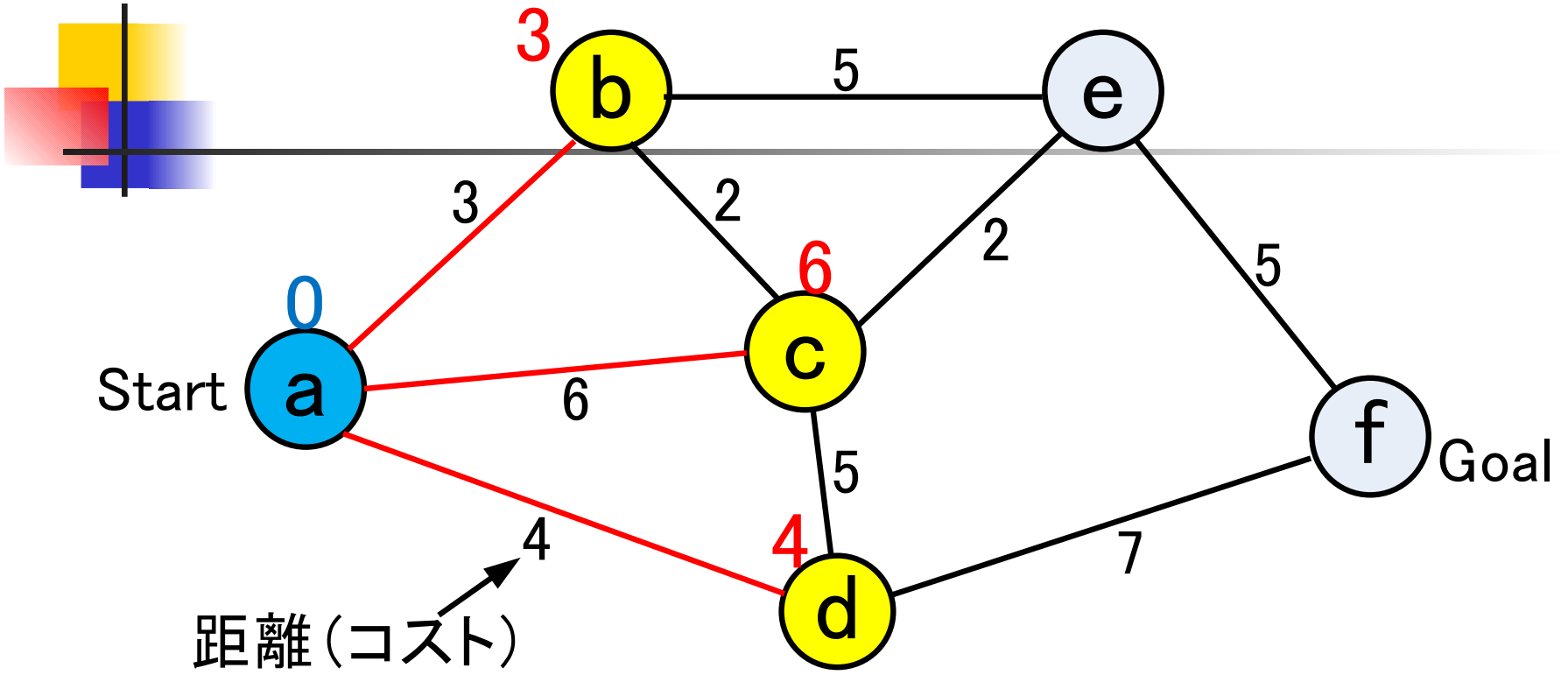
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　3/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

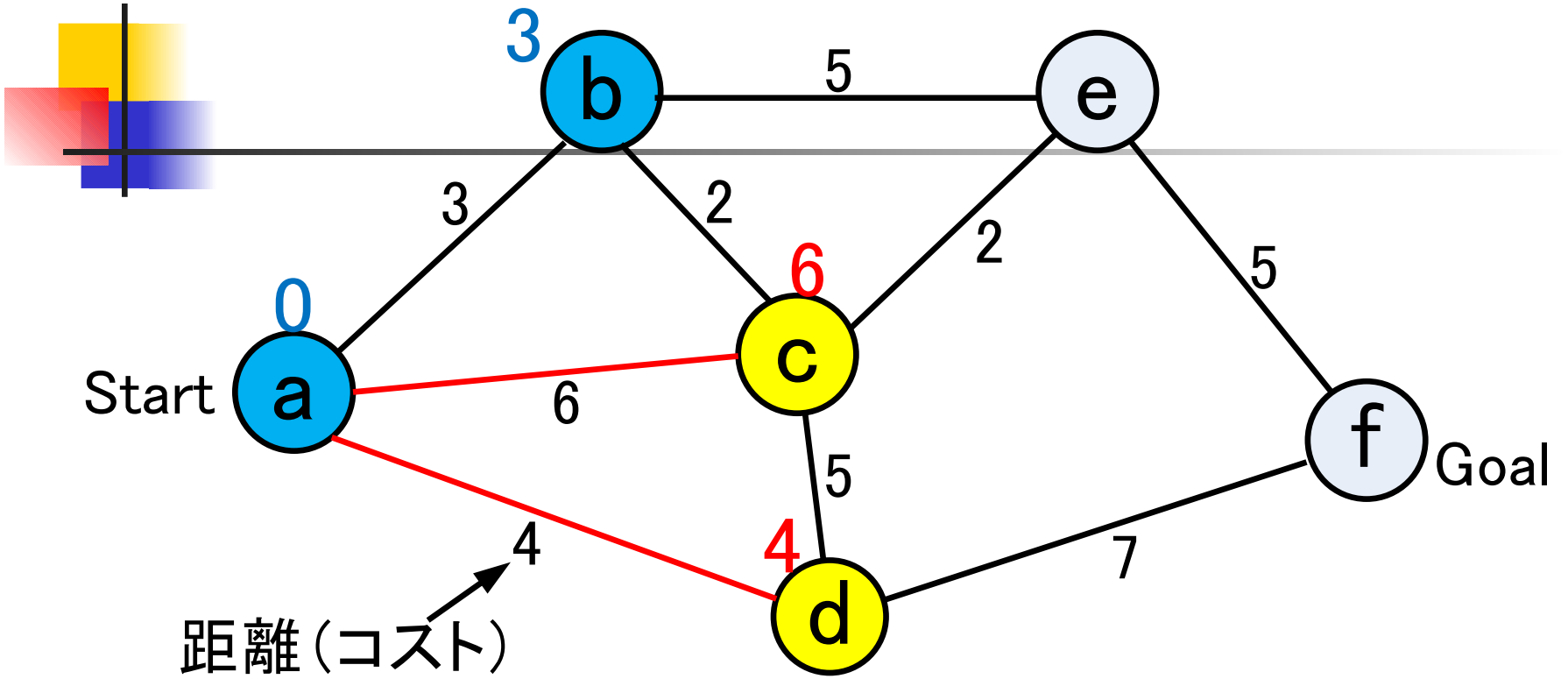
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　4/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

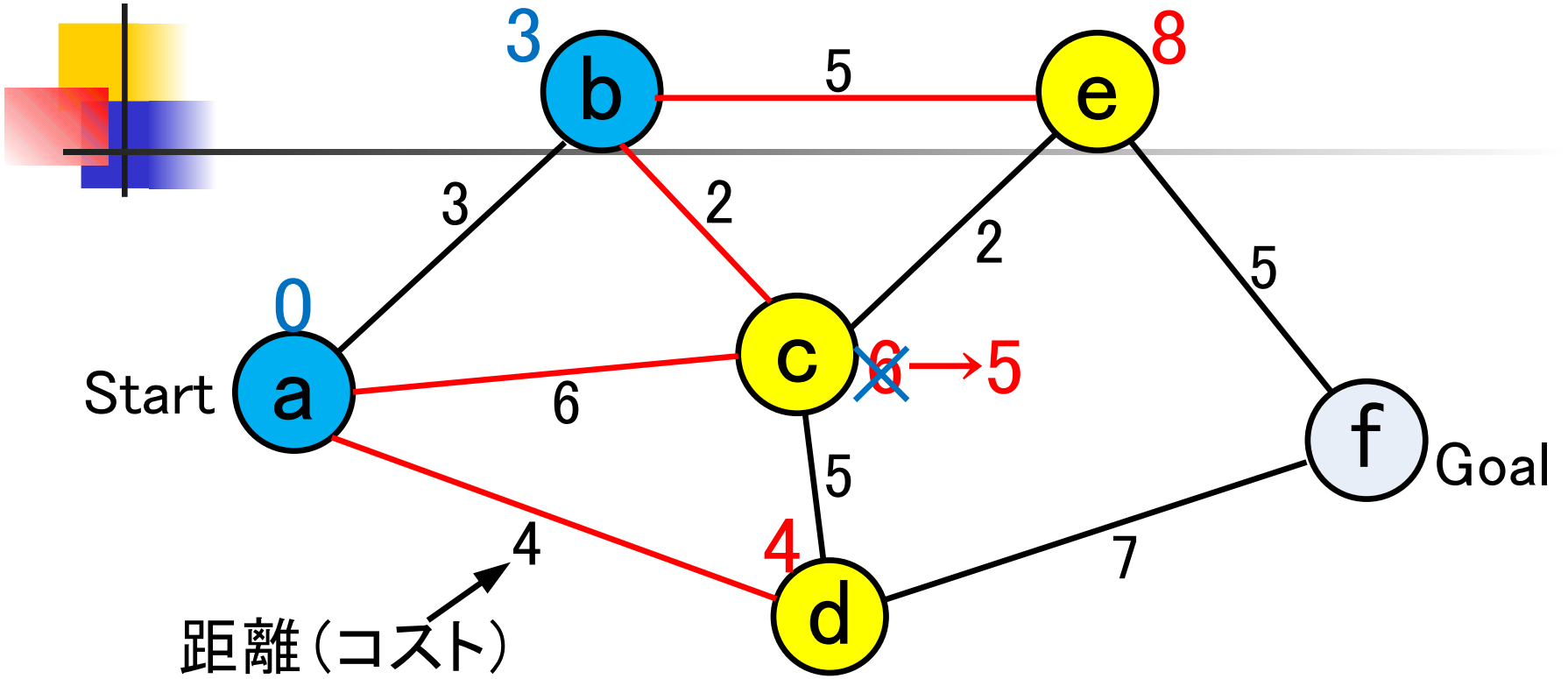
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　5/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

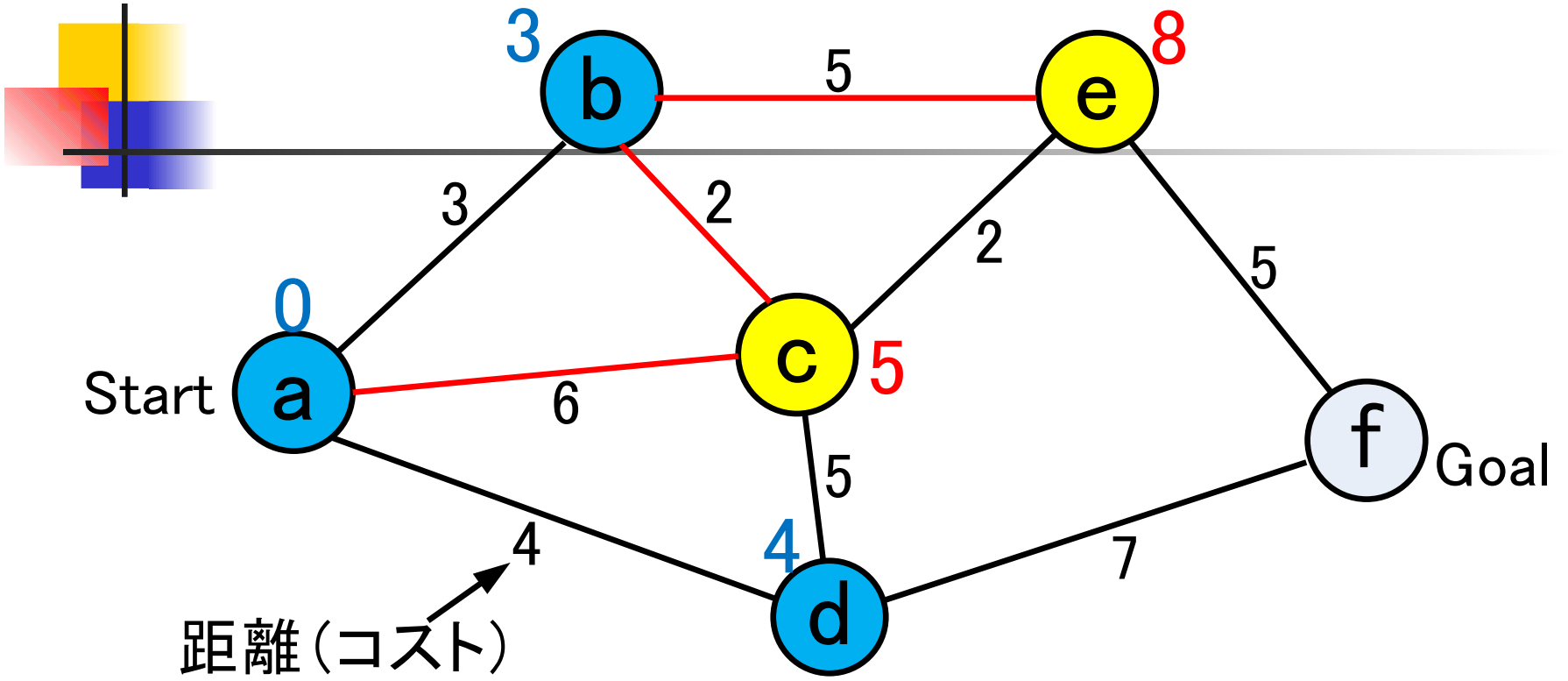
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　6/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

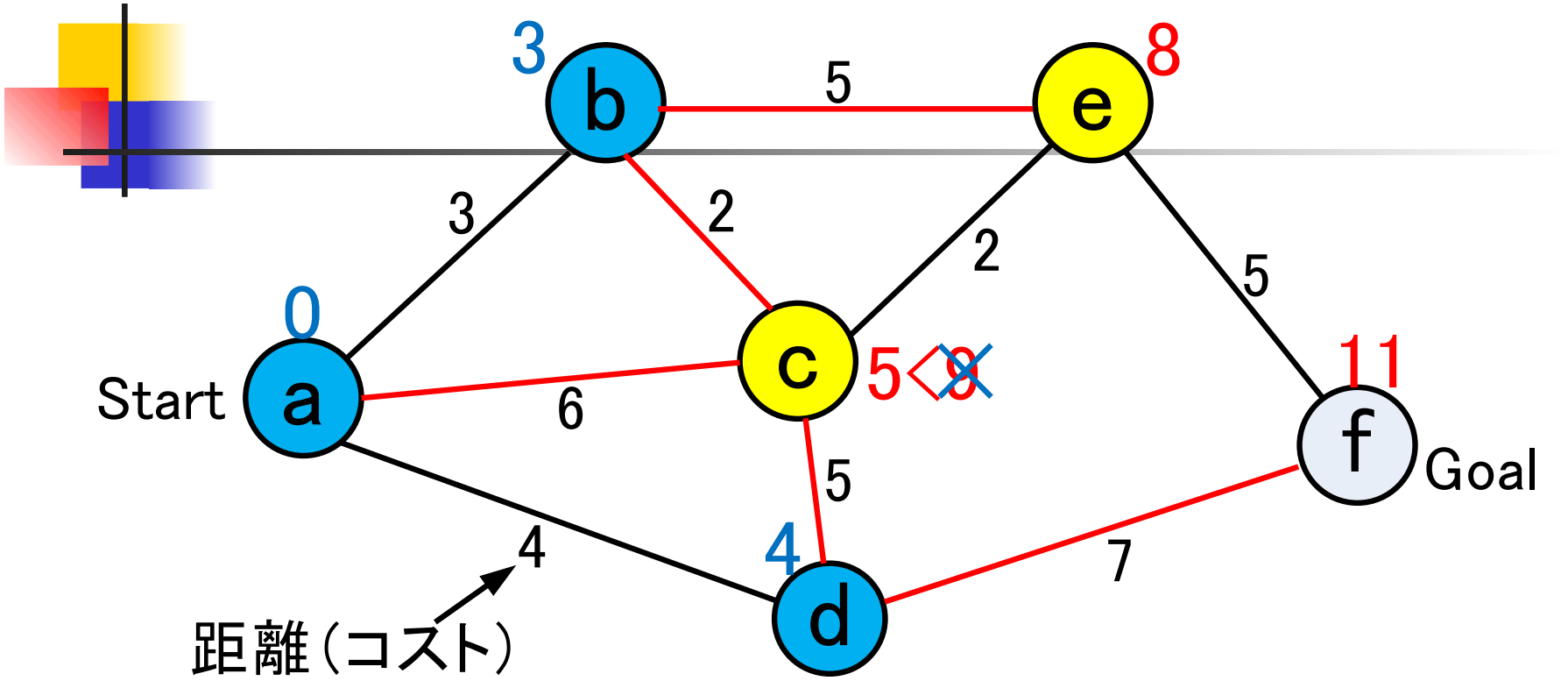
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　7/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

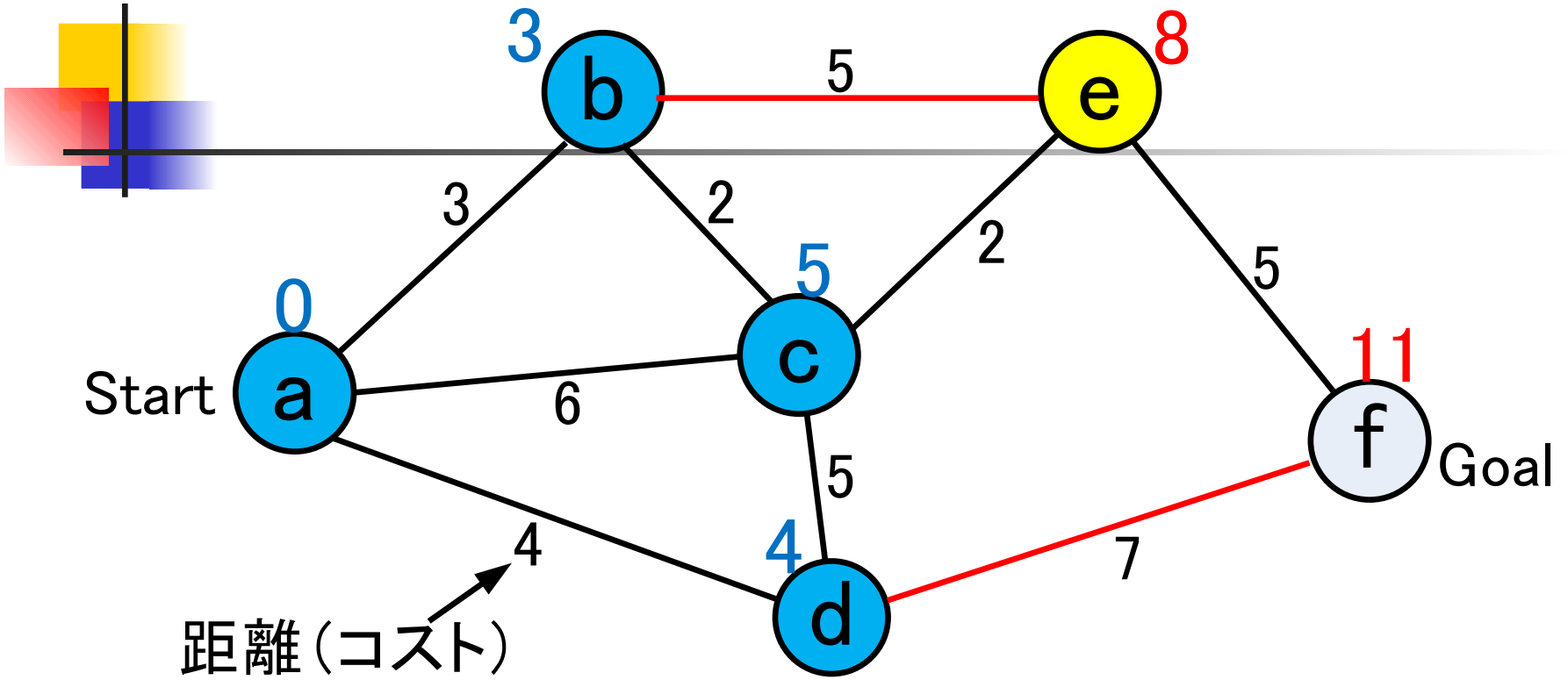
Startからの最短経路が確定したノード

7　Startからの最短距離候補（未確定）

7　Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　8/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

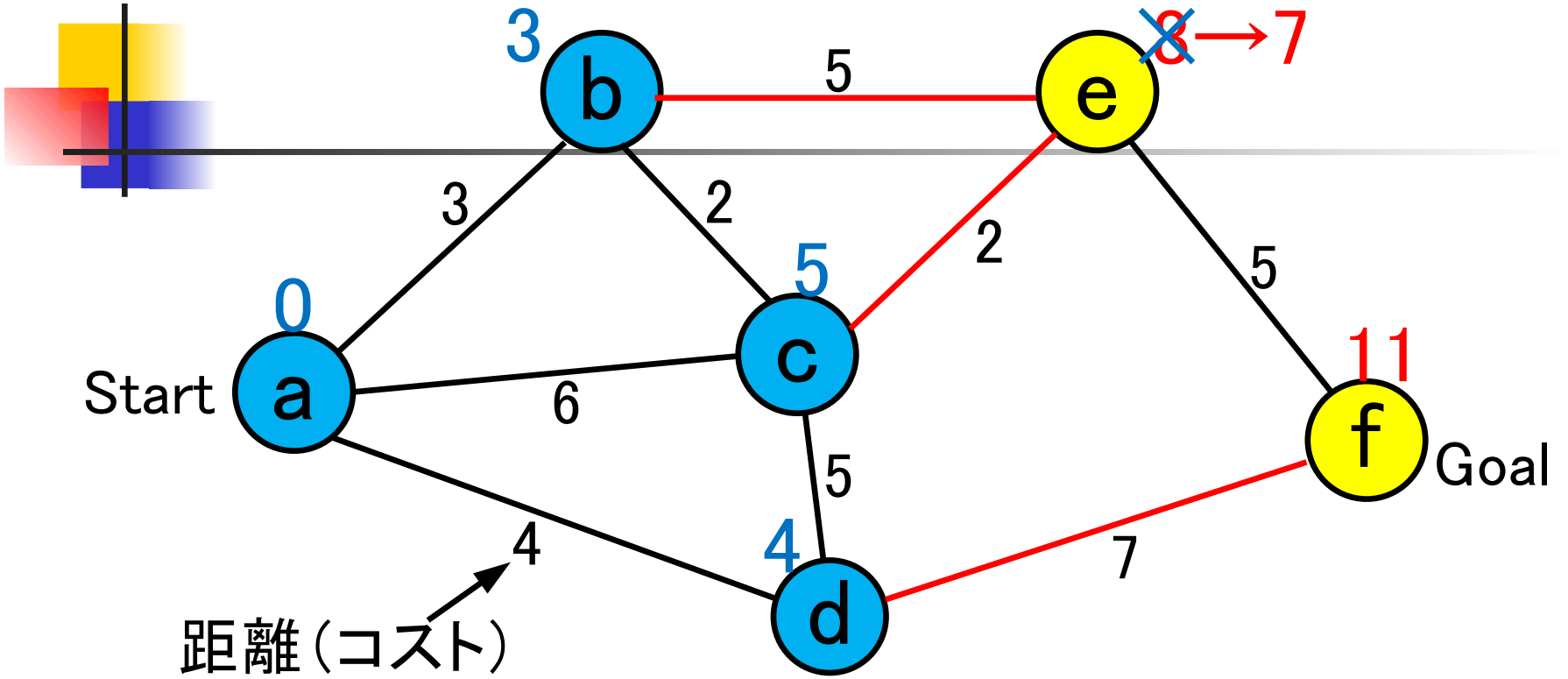
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　9/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

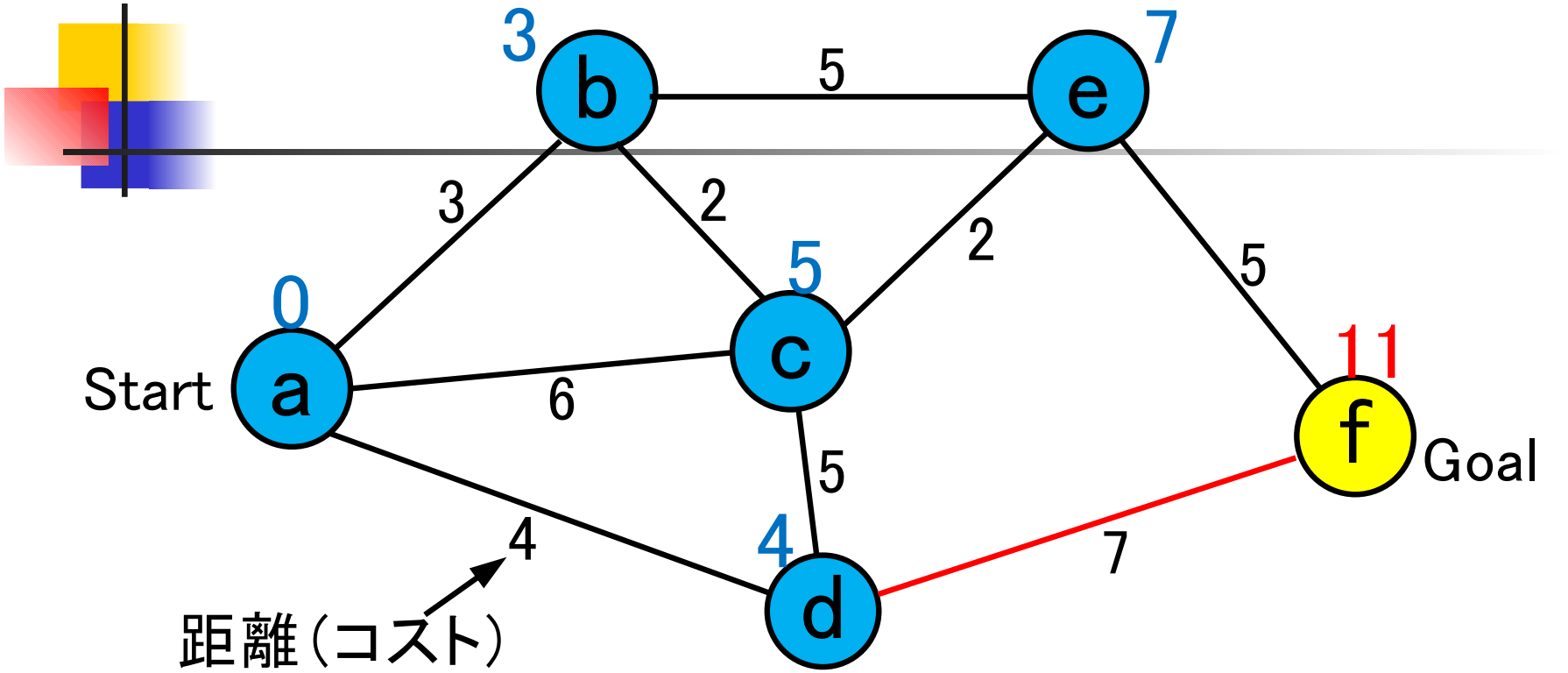
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　10/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

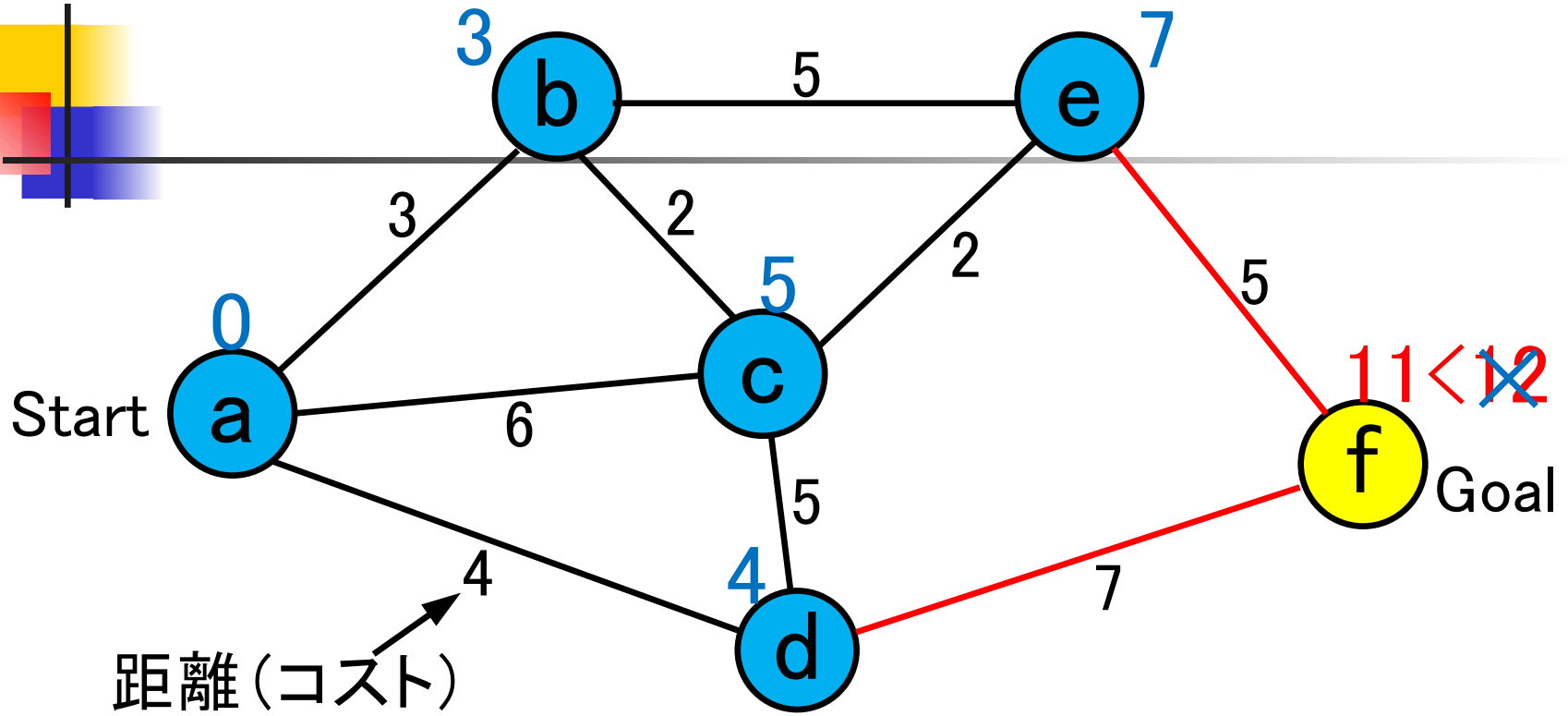
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　11/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

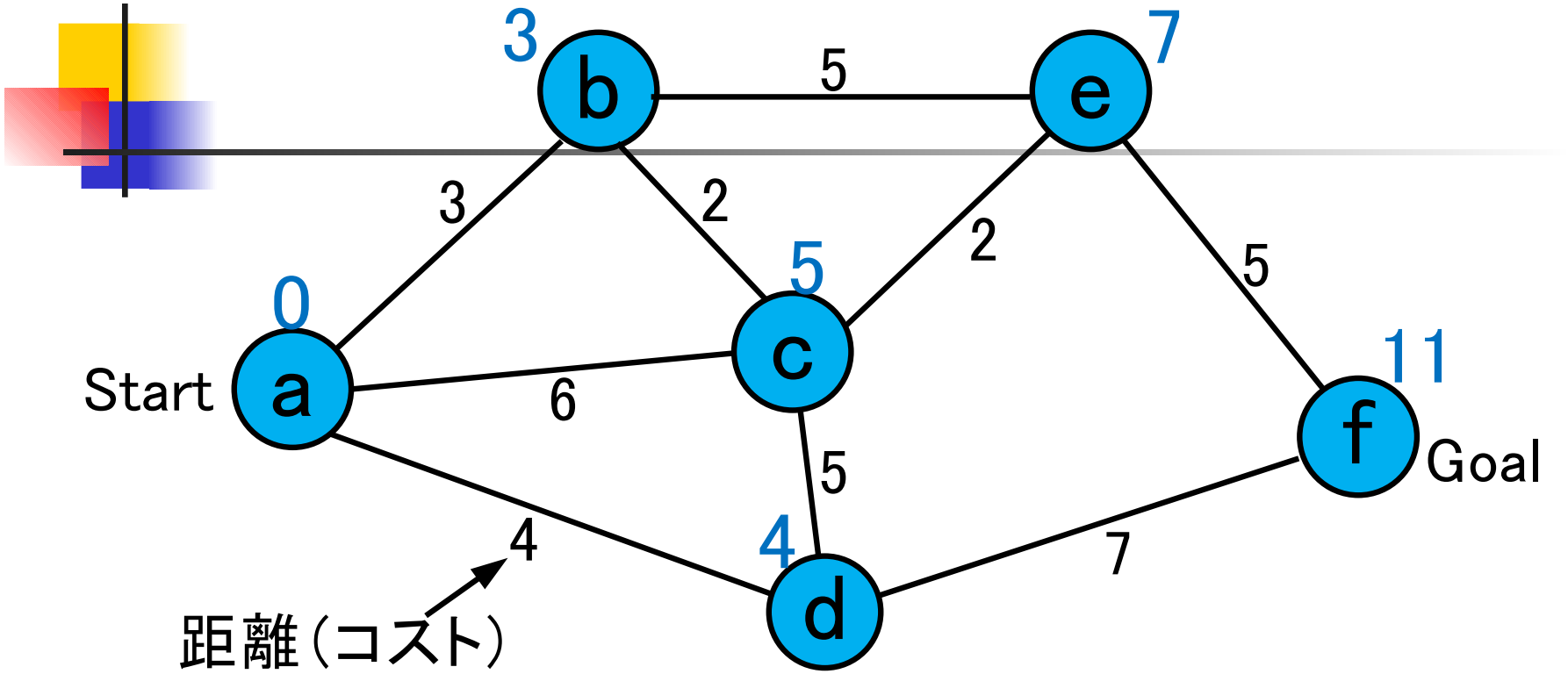
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　12/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

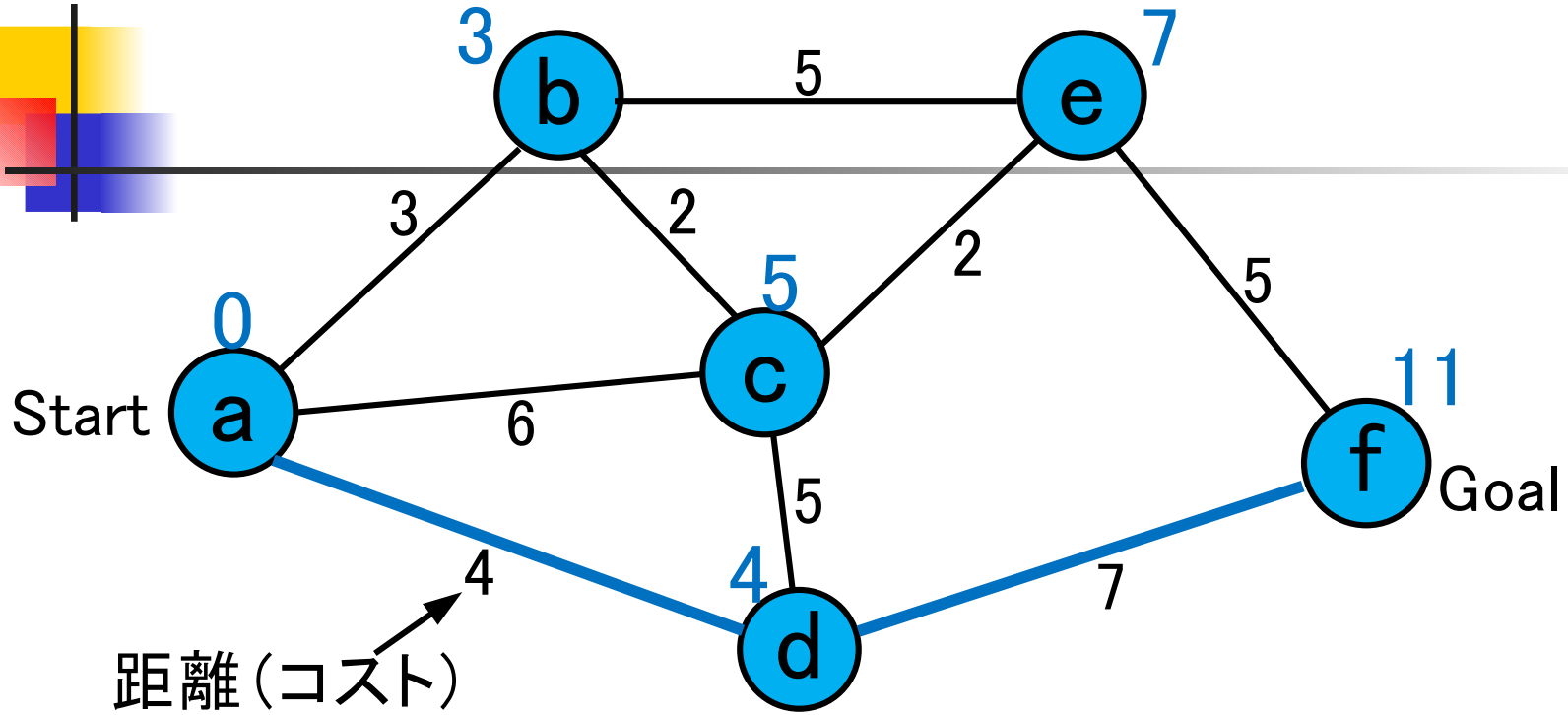
Startからの最短経路が確定したノード

7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

ダイクストラ法　動作例　13/13



Startからの最短経路が確定していないノード

Startからの最短経路を確定中のノード

Startからの最短経路が確定したノード

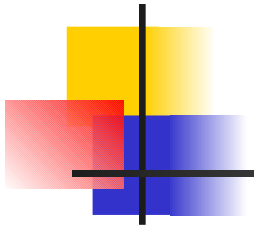
7 Startからの最短距離候補（未確定）

7 Startからの最短距離（確定済）

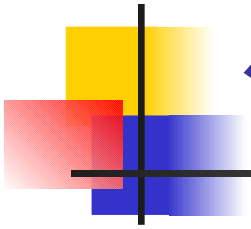
確定済ノードからのアーク
次期確定ノード決定に使用

StartからGoalまでの最短経路

ダイクストラ法　アルゴリズム



1. 初期化：スタートノードの値（最小コスト候補）を0，他のノードの値を無限大に設定
2. 未確定ノードが無くなるまで以下のループを繰り返す．
    1. 確定中ノードのうち，最小の値を持つノードを見つけ，確定ノードとする．
    2. 確定ノードからのエッジに対して「確定ノードまでのコスト＋エッジのコスト」を計算し，そのノードの現在値よりも小さければ更新．



ダイクストラ法の特徴

- 最短経路の見つけ方
  - ゴールノードから「どこから来たのか」調べ，さかのぼる.
- マイナスのコストを持つエッジは扱えない.
- 特定のノードからの最短距離およびその経路が全てのノードに対して求まる.

DPマッチング（例：文字列の照合）

- 2つの文字列がどのくらい似ているかを調べる.
  - takeda は nakadaiとどのくらい似ているか
  - 置換，脱落，挿入に対応
- 音声認識にも使える
  - 音声を文字列に変換した後，登録単語と比較
  - （現在主流の）HMM(Hidden Markov Model)に拡張可能
- DNAの比較にも使える
  - A（アデニン），G（グアニン），C（シトシン），T（チミン）の並び方の比較
  - ACTGAGCATTとCTGGACTACGの比較

DPマッチング（例：文字列の照合）

- 簡単に比較できる例
  - abcdef
  - abzdef
- Aに対して脱落，挿入，置換
  - A: abcdef
  - B: abdef
  - C: abccdef
  - D: abzdef

DPマッチング：脱落，挿入，置換誤りを考慮して文字列照合可能

DPマッチング（例：文字列の照合）1/8

takeda と nakadai の照合

文字が一致→ 0
文字が不一致→ 3

不一致コスト表

	n	a	k	a	d	a	i
t	3	3	3	3	3	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3
k	3	3	0	3	3	3	3
e	3	3	3	3	3	3	3
d	3	3	3	3	0	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3

DPマッチング（例：文字列の照合）2/8

- takeda と nakadai の値を求める

不一致コスト表

	r	a	k	a	c	a	i
t	3	3	3	3	3	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3
k	3	3	0	3	3	3	3
e	3	3	3	3	3	3	3
c	3	3	3	3	0	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3

1文字ずらしたけれど文字が不一致：1+3=4を加算

	n	a	k	a	d	a	i
t	3 →	7	11	15	19	23	27
a	7						
k	11						
e	15						
d	19						
a	23						

移動のペナルティ

横だけ1字ずらす
1

1
縦だけ1字ずらす

0
同時に1文字移動

不一致のペナルティ

文字が一致→ 0
文字が不一致→ 3

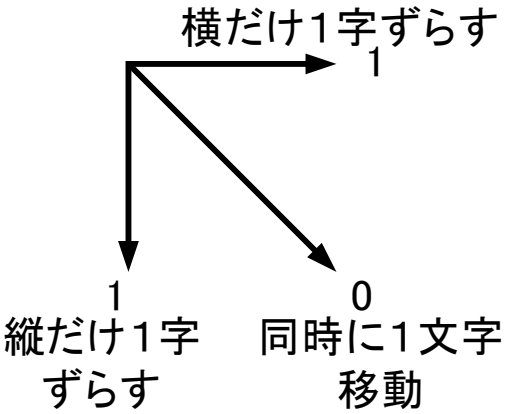
DPマッチング（例：文字列の照合）3/8

- takeda と　nakadai　　の値を求める

不一致コスト表

	r	a	k	a	c	a	i
t	3	3	3	3	3	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3
k	3	3	0	3	3	3	3
e	3	3	3	3	3	3	3
c	3	3	3	3	0	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3

移動のペナルティ



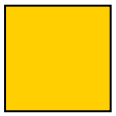
不一致のペナルティ

文字が一致→ 0
文字が不一致→ 3

	n	a	k	a	d	a	i
t	3	7	11	15	19	23	27
a	7	3	7	8	12	13	17
k	11						
e	15						
d	19						
a	23						

DPマッチング（例：文字列の照合）4/8

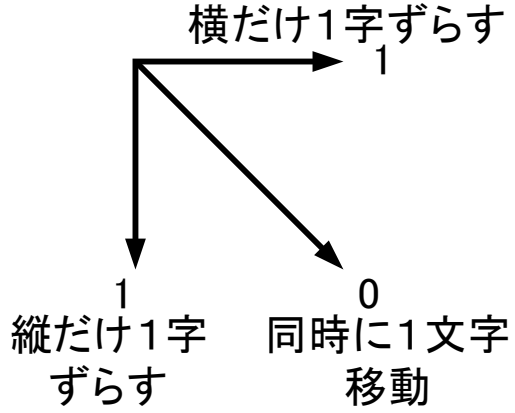
- takeda と　nakadai


の値を求める

不一致コスト表

	r	a	k	a	c	a	i
t	3	3	3	3	3	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3
k	3	3	0	3	3	3	3
e	3	3	3	3	3	3	3
d	3	3	3	3	0	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3

移動のペナルティ



不一致のペナルティ

文字が一致→ 0
文字が不一致→ 3

	n	a	k	a	d	a	i
t	3	7	11	15	19	23	27
a	7	3	7	8	12	13	17
k	11	7	3	7	11	15	16
e	15						
d	19						
a	23						

DPマッチング（例：文字列の照合）5/8

- takeda と　nakadai

■ の値を求める

不一致コスト表

	r	a	k	a	c	a	i
t	3	3	3	3	3	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3
k	3	3	0	3	3	3	3
e	3	3	3	3	3	3	3
c	3	3	3	3	0	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3

移動のペナルティ

横だけ1字ずらす
1

1
縦だけ1字ずらす

0
同時に1文字移動

不一致のペナルティ

文字が一致→ 0
文字が不一致→ 3

	n	a	k	a	d	a	i
t	3	7	11	15	19	23	27
a	7	3	7	8	12	13	17
k	11	7	3	7	11	15	16
e	15	11	7	6	10	14	18
d	19						
a	23						

DPマッチング（例：文字列の照合）6/8

- takeda と　nakadai　　の値を求める

不一致コスト表

	r	a	k	a	c	a	i
t	3	3	3	3	3	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3
k	3	3	0	3	3	3	3
e	3	3	3	3	3	3	3
c	3	3	3	3	0	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3

移動のペナルティ

横だけ1字ずらす
1

1
縦だけ1字
ずらす

0
同時に1文字
移動

不一致のペナルティ

文字が一致→ 0
文字が不一致→ 3

	n	a	k	a	d	a	i
t	3	7	11	15	19	23	27
a	7	3	7	8	12	13	17
k	11	7	3	7	11	15	16
e	15	11	7	6	10	14	18
d	19	15	11	10	6	10	14
a	23						

DPマッチング（例：文字列の照合）7/8

- takeda と nakadai

■ の値を求める

不一致コスト表

	r	a	k	a	c	a	i
t	3	3	3	3	3	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3
k	3	3	0	3	3	3	3
e	3	3	3	3	3	3	3
c	3	3	3	3	0	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3

移動のペナルティ

横だけ1字ずらす
1

1
縦だけ1字ずらす

0
同時に1文字移動

不一致のペナルティ

文字が一致→ 0
文字が不一致→ 3

	n	a	k	a	d	a	i
t	3	7	11	15	19	23	27
a	7	3	7	8	12	13	17
k	11	7	3	7	11	15	16
e	15	11	7	6	10	14	18
d	19	15	11	10	6	10	14
a	23	16	15	11	10	6	10

DPマッチング（例：文字列の照合）8/8

- takeda と nakadai

■ の値を求める

不一致コスト表

	r	a	k	a	c	a	i
t	3	3	3	3	3	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3
k	3	3	0	3	3	3	3
e	3	3	3	3	3	3	3
c	3	3	3	3	0	3	3
a	3	0	3	0	3	0	3

移動のペナルティ

横だけ1字ずらす
1

1
縦だけ1字ずらす

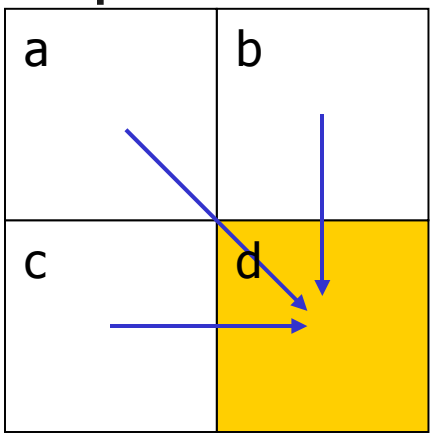
0
同時に1文字移動

不一致のペナルティ

文字が一致→ 0
文字が不一致→ 3

	n	a	k	a	d	a	i
t	3	7	11	15	19	23	27
a	7	3	7	8	12	13	17
k	11	7	3	7	11	15	16
e	15	11	7	6	10	14	18
d	19	15	11	10	6	10	14
a	23	16	15	11	10	6	10

アルゴリズム



d へのルートは3種類

aまでの距離＋斜め移動のペナルティ＋不一致ペナルティ

bまでの距離＋下移動のペナルティ＋不一致ペナルティ

cまでの距離＋右移動のペナルティ＋不一致ペナルティ

の内の最短距離をdに書き込む

移動のペナルティ

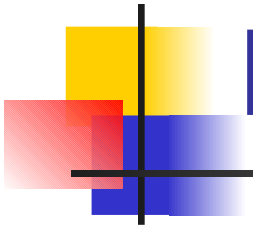
横だけ1字ずらす
1

1
縦だけ1字ずらす

0
同時に1文字移動

不一致のペナルティ

文字が一致→ 0
文字が不一致→ 3



DPマッチングの応用

- DPマッチングの探索空間を制限し、探索時間を削減する方法
  - ビームサーチ（最適解は保証されない）
  - A*アルゴリズム（最適解は保証される）
- HMM（隠れマルコフモデル）とビタビアルゴリズム
  - 音声認識手法の主流

A*アルゴリズム
最短経路探索問題

- ダイクストラ法にすこし工夫を加えた方法
- 各ノードからゴールまでの推定距離を利用
  - 0≦推定距離≦最短距離でなければならない
  - 推定距離＝0なら推定していないと同じ→ダイクストラ法