アルゴリズムとデータ構造III
4回目：10月29日

構文解析　CYK法の続き

授業資料　http://ir.cs.yamanashi.ac.jp/~ysuzuki/algorithm3/index.html

授業の予定（中間試験まで）

1	10/01	スタック（後置記法で書かれた式の計算）
2	10/15	文脈自由文法，構文解析，CYK法
3	10/22	構文解析　CYK法
4	10/29	構文解析　CYK法
5	11/12	構文解析（チャート法），グラフ（ダイクストラ法）
6	11/	構文解析（チャート法），グラフ（ダイクストラ法，DPマッチング）
7	11/	グラフ（DPマッチング，A*アルゴリズム）
8	11/19	グラフ（A＊アルゴリズム），前半のまとめ
9	11/26	中間試験

10/08, 11/05の代わりの補講日は後日相談

授業の予定（中間試験以降）

10	12/03	全文検索アルゴリズム（simple search, KMP)
11	12/10	全文検索アルゴリズム（BM, Aho-Corasick)
12	12/17	全文検索アルゴリズム（Aho-Corasick)，データ圧縮
13	01/07	暗号（黄金虫，踊る人形） 符号化（モールス信号，Zipfの法則，ハフマン符号）テキスト圧縮
14	01/14	テキスト圧縮　（zip）， 音声圧縮　（ADPCM，MP3，CELP）， 画像圧縮（JPEG）
15	01/21	**期末試験**

本日のメニュー

- CYK法の続き
  - CYKアルゴリズム
  - 解析例（急いで走る一郎を見た）
  - 練習問題（I eat pizza with Nana.)

構文解析　CYK法

- 先週勉強した文脈自由文法により，文から自動的に構文木を生成する．

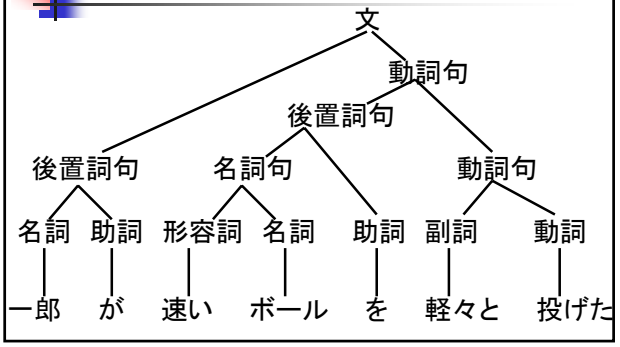
構文解析とは(Wikipediaより)

- ある文章の文法的な関係を説明すること(*parse*)。計算機科学の世界では、構文解析は字句解析（*Lexical Analysis*）とともに、おもにプログラミング言語などの形式言語の解析に使用される。また、自然言語処理に応用されることもある。
- コンパイラにおいて構文解析を行う機構を**構文解析器**（Parser）と呼ぶ。
- 構文解析は入力テキストを通常、木構造のデータ構造に変換し、その後の処理に適した形にする。字句解析によって入力文字列から字句を取り出し、それらを構文解析器の入力として、構文木や抽象構文木のようなデータ構造を生成する。

構文解析

- 入力文（記号列）が与えられたとき，文法によってその文を解析し，その構造を明らかにする
- 代表的な構文解析アルゴリズム
  - **CYK法**
  - チャート法
  - アーリー法
  - LR法

構文木
（一郎が速いボールを軽々と投げた）



CYK（Cocke-Younger-Kasami）法

- ボトムアップアルゴリズム
- 扱える文法
  - チョムスキーの標準形
    - A→BC
    - A→a
- CYK表
  - 構文解析の途中経過を保持するための表

CYKアルゴリズム

- チョムスキーの標準形の文脈自由文法を対象とした構文解析法
- チョムスキーの標準形
  - A→BC （A,B,C∈Vn)
  - A→a (A∈Vn, a∈Vt)

X→aBはチョムスキーの標準形ではないが
X→AB, A→aに分解できる
X→ABCはチョムスキーの標準形ではないが
X→AY, Y→BCに分解できる

チョムスキーの標準形の例
「急いで走る一郎を見る」

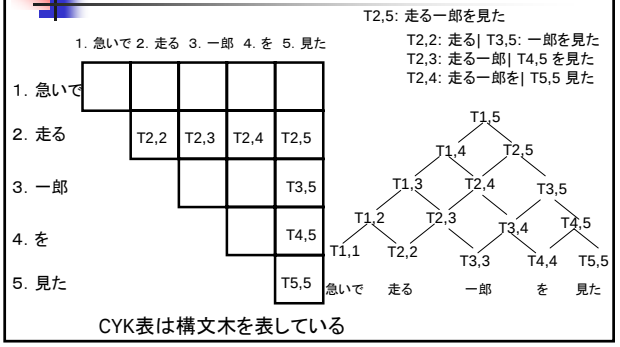
A→BC型

- (1) s→pp v
- (2) s→adv vp
- (3) vp→pp v
- (4) vp→adv v
- (5) np→vp n
- (6) np→v n
- (7) pp→np p
- (8) pp→n p

A→a型

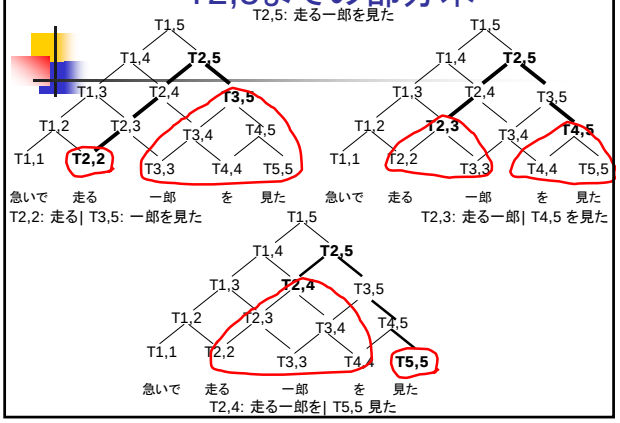
- (9) adv→急いで
- (10) n→一郎
- (11) p→を
- (12) v→走る
- (13) v→見る

CYK構文解析の概要



CYK表は構文木を表している

T2,5までの部分木



CYKアルゴリズム

1. $A \to a$の生成規則を用いて，主対角線上の要素を計算

   for $i = 1$ *to* N

   $T_{i,j} = \{A \mid A \to w_i\}$

2. $A \to BC$の生成規則を用いて,2番目以降の対角線上の要素を計算

   for $n = 1$ *to* $N-1$

   for $i = 1$ *to* $N-n$

   $$T_{i,i+n} = \bigcup_{j=1}^{n} \{A \mid A \to BC,\ B \in T_{i,i+j-1},\ C \in T_{i+j,i+n}\}$$

3. $S \in T_{1,N}$であれば，$w_1 \cdots w_N$は開始記号Sから導出可能

CYK構文解析表（完成）

	1. 急いで	2. 走る	3. 一郎	4. を	5. 見た
1. 急いで	adv→急いで	vp→adv v	np→vp n	pp→np p	vp→pp v s→pp v s→adv vp
2. 走る		v→走る	np→v n	pp→np p	vp→pp v s→pp v
3. 一郎			n→一郎	pp→n p	vp→pp v s→pp v
4. を				p→を	
5. 見た					v→見た

- (1) s→pp v
- (2) s→adv vp
- (3) vp→pp v
- (4) vp→adv v
- (5) np→vp n
- (6) np→v n
- (7) pp→np p
- (8) pp→n p
- (9) adv→急いで
- (10) n→一郎
- (11) p→を
- (12) v→走る
- (13) v→見る

CYK構文解析表(1/5)

	1. 急いで	2. 走る	3. 一郎	4. を	5. 見た
1. 急いで	adv→急いで				
2. 走る		v→走る			
3. 一郎			n→一郎		
4. を				p→を	
5. 見た					v→見た

- (1) s→pp v
- (2) s→adv vp
- (3) vp→pp v
- (4) vp→adv v
- (5) np→vp n
- (6) np→v n
- (7) pp→np p
- (8) pp→n p
- (9) adv→急いで
- (10) n→一郎
- (11) p→を
- (12) v→走る
- (13) v→見る

CYK構文解析表(2/5)

	1. 急いで	2. 走る	3. 一郎	4. を	5. 見た
1. 急いで	adv→急いで	vp→adv v			
2. 走る		v→走る	np→v n		
3. 一郎			n→一郎	pp→n p	
4. を				p→を	
5. 見た					v→見た

- (1) s→pp v
- (2) s→adv vp
- (3) vp→pp v
- (4) vp→adv v
- (5) np→vp n
- (6) np→v n
- (7) pp→np p
- (8) pp→n p
- (9) adv→急いで
- (10) n→一郎
- (11) p→を
- (12) v→走る
- (13) v→見る

CYK構文解析表(3/5)

	1. 急いで	2. 走る	3. 一郎	4. を	5. 見た
1. 急いで	adv→急いで	vp→adv v	np→vp n		
2. 走る		v→走る	np→v n	pp→np p	
3. 一郎			n→一郎	pp→n p	vp→pp v s→pp v
4. を				p→を	
5. 見た					v→見た

- (1) s→pp v
- (2) s→adv vp
- (3) vp→pp v
- (4) vp→adv v
- (5) np→vp n
- (6) np→v n
- (7) pp→np p
- (8) pp→n p
- (9) adv→急いで
- (10) n→一郎
- (11) p→を
- (12) v→走る
- (13) v→見る

ここから

CYK構文解析表(4/5)

	1. 急いで	2. 走る	3. 一郎	4. を	5. 見た
1. 急いで	adv→急いで	vp→adv v	np→vp n	pp→np p	
2. 走る		v→走る	np→v n	pp→np p	vp→pp v s→pp v
3. 一郎			n→一郎	pp→n p	vp→pp v s→pp v
4. を				p→を	
5. 見た					v→見た

- (1) s→pp v
- (2) s→adv vp
- (3) vp→pp v
- (4) vp→adv v
- (5) np→vp n
- (6) np→v n
- (7) pp→np p
- (8) pp→n p
- (9) adv→急いで
- (10) n→一郎
- (11) p→を
- (12) v→走る
- (13) v→見る

CYK構文解析表(5/5)

	1. 急いで	2. 走る	3. 一郎	4. を	5. 見た
1. 急いで	adv→急いで	vp→adv v	np→vp n	pp→np p	vp→pp v s→pp v s→adv vp
2. 走る		v→走る	np→v n	pp→np p	vp→pp v s→pp v
3. 一郎			n→一郎	pp→n p	vp→pp v s→pp v
4. を				p→を	
5. 見た					v→見た

- (1) s→pp v
- (2) s→adv vp
- (3) vp→pp v
- (4) vp→adv v
- (5) np→vp n
- (6) np→v n
- (7) pp→np p
- (8) pp→n p
- (9) adv→急いで
- (10) n→一郎
- (11) p→を
- (12) v→走る
- (13) v→見る

CYK構文解析表(完成！)

	1. 急いで	2. 走る	3. 一郎	4. を	5. 見た
1. 急いで	adv→急いで	vp→adv v	np→vp n	pp→np p	vp→pp v s→pp v s→adv vp
2. 走る		v→走る	np→v n	pp→np p	vp→pp v s→pp v
3. 一郎			n→一郎	pp→n p	vp→pp v s→pp v
4. を				p→を	
5. 見た					v→見た

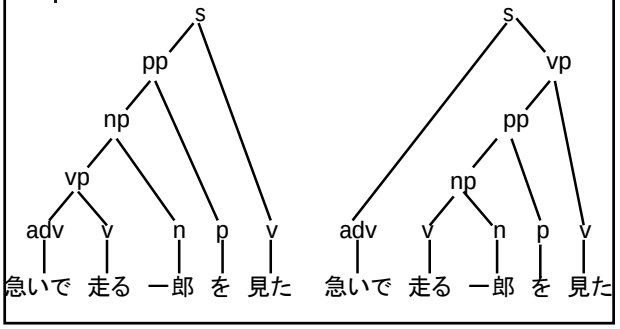
CYK構文解析表 → 構文木（s→pp v の構文木）

	1. 急いで	2. 走る	3. 一郎	4. を	5. 見た
1. 急いで	adv→急いで	vp→adv v	np→vp n	pp→np p	s→pp v
2. 走る		v→走る			
3. 一郎			n→一郎		
4. を				p→を	
5. 見た					v→見た

CYK構文解析表 → 構文木（s→adv vp の構文木）

	1. 急いで	2. 走る	3. 一郎	4. を	5. 見た
1. 急いで	adv→急いで				s→adv vp
2. 走る		v→走る	np→v n	pp→np p	vp→pp v
3. 一郎			n→一郎		
4. を				p→を	
5. 見た					v→見た

文脈自由文法に基づく構文木



練習問題1

- CYK法を使って“I eat pizza with Nana”の構文解析結果を作成しなさい．

A→BC
(1) S → N V
(2) S → S PP
(3) S → V N
(4) V → V N
(5) PP → P N
(6) N → N PP

A→a （辞書規則）
(7) N → I
(8) N → Nana
(9) N → pizza
(10) V → eat
(11) P → with

CYK法で構文解析
I eat pizza with Nana.

	1. I	2. eat	3. pizza	4. with	5. Nana
1. I	N → I				
2. eat		V → eat			
3. pizza			N → pizza		
4. with				P → with	
5. Nana					N → Nana

(1) S → N V
(2) S → S PP
(3) S → V N
(4) V → V N
(5) PP → P N
(6) N → N PP

• N → I
• N → Nana
• N → pizza
• V → eat
• P → with

CYK法で構文解析
I eat pizza with Nana.

	1. I	2. eat	3. pizza	4. with	5. Nana
1. I	N → I	S → N V			
2. eat		V → eat	S → V N V → V N		
3. pizza			N → pizza		
4. with				P → with	PP → P N
5. Nana					N → Nana

(1) S → N V
(2) S → S PP
(3) S → V N
(4) V → V N
(5) PP → P N
(6) N → N PP

• N → I
• N → Nana
• N → pizza
• V → eat
• P → with

CYK法で構文解析
I eat pizza with Nana.

	1. I	2. eat	3. pizza	4. with	5. Nana
1. I	N → I	S → N V	S → N V		
2. eat		V → eat	S → V N V → V N		
3. pizza			N → pizza		N → N PP
4. with				P → with	PP → P N
5. Nana					N → Nana

(1) S → N V
(2) S → S PP
(3) S → V N
(4) V → V N
(5) PP → P N
(6) N → N PP

• N → I
• N → Nana
• N → pizza
• V → eat
• P → with

CYK法で構文解析
I eat pizza with Nana.

	1. I	2. eat	3. pizza	4. with	5. Nana
1. I	N → I	S → N V	S → N V		
2. eat		V → eat	S → V N V → V N		S → S PP S → V N V → V N
3. pizza			N → pizza		N → N PP
4. with				P → with	PP → P N
5. Nana					N → Nana

(1) S → N V
(2) S → S PP
(3) S → V N
(4) V → V N
(5) PP → P N
(6) N → N PP

• N → I
• N → Nana
• N → pizza
• V → eat
• P → with

ここまで

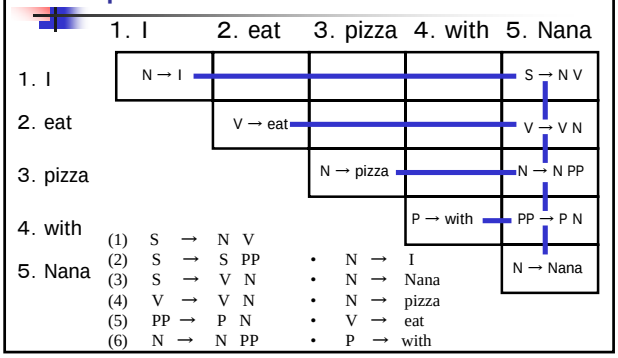
CYK法で構文解析
I eat pizza with Nana.

	1. I	2. eat	3. pizza	4. with	5. Nana
1. I	N → I	S → N V	S → N V		S → N V S → S PP
2. eat		V → eat	S → V N V → V N		S → S PP S → V N V → V N
3. pizza			N → pizza		N → N PP
4. with				P → with	PP → P N
5. Nana					N → Nana

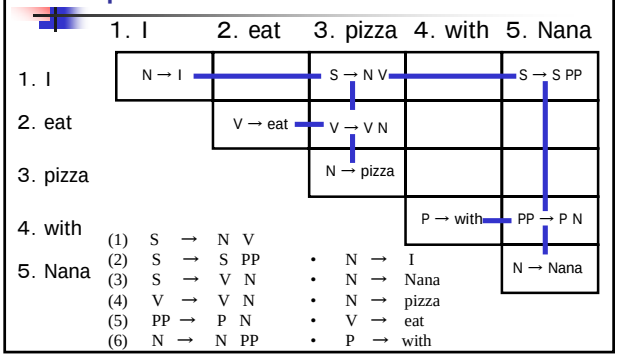
(1) S → N V
(2) S → S PP
(3) S → V N
(4) V → V N
(5) PP → P N
(6) N → N PP

• N → I
• N → Nana
• N → pizza
• V → eat
• P → with

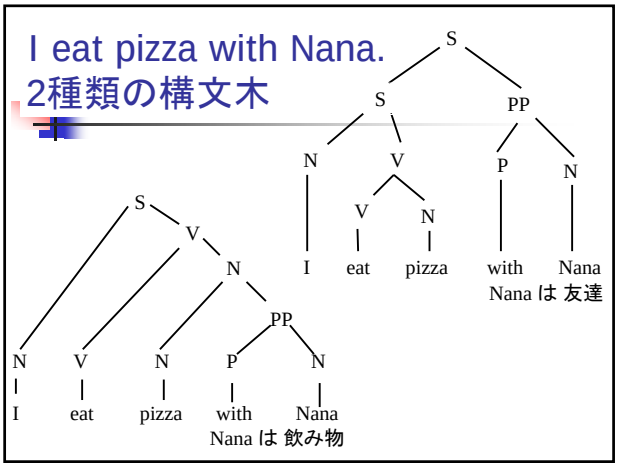
CYK法で構文解析　S → N V の構文木
I eat pizza with Nana.



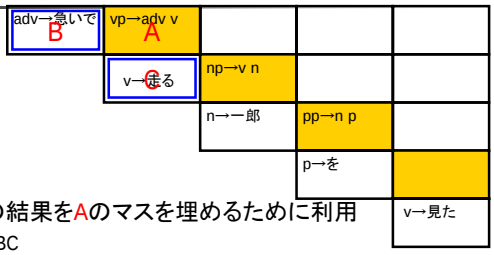
CYK法で構文解析　S → S PP の構文木
I eat pizza with Nana.



I eat pizza with Nana.
2種類の構文木



CYK法のアルゴリズム



- BとCの結果をAのマスを埋めるために利用
  - A→BC
- 部分問題の解をより大きな問題を解くために利用
- 同じ問題を2度解かなくても済むように解を格納

CYKアルゴリズム　$T_{1,2}$の計算

1. $A \to a$の生成規則を用いて，主対角線上の要素を計算

$for\ i = 1\ to\ N$

$T_{i,j} = \{A \mid A \to w_i\}$

2. $A \to BC$の生成規則を用いて,2番目以降の対角線上の要素を計算

$for\ n = 1\ to\ N-1$

$for\ i = 1\ to\ N-n$

$T_{i,i+n} = \bigcup_{j=1}^{n} \{A \mid A \to BC,\ \ B \in T_{i,i+j-1},\ \ C \in T_{i+j,i+n}\}$

3. $S \in T_{1,N}$であれば，$w_1 \cdots w_N$は開始記号Sから導出可能

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
	2,2	2,3	2,4	2,5
		3,3	3,4	3,5
			4,4	4,5
				5,5

$T_{1,2}$の計算

$i = 1, n = 1,\ j = 1 (1 \le j \le n)$

$T_{1,2} = A \to BC, B = T_{1,1+1-1} = T_{1,1}, C = T_{1+1,1+1} = T_{2,2}$

CYKアルゴリズム　$T_{2,4}$の計算

2. $A \to BC$の生成規則を用いて,2番目以降の対角線上の要素を計算

$for\ n = 1\ to\ N-1$

$for\ i = 1\ to\ N-n$

$T_{i,i+n} = \bigcup_{j=1}^{n} \{A \mid A \to BC,\ \ B \in T_{i,i+j-1},\ \ C \in T_{i+j,i+n}\}$

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
	2,2	2,3	2,4	2,5
		3,3	3,4	3,5
			4,4	4,5
				5,5

$T_{2,4}$の計算

$i = 2, n = 2\ (4 = 2 + n),\ j = 1,2\ (1 \le j \le n)$

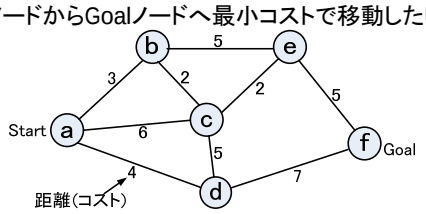
$T_{2,4} = A \to BC, B = T_{2,2+j-1},\ \ C = T_{2+j,2+2}$

$j = 1$の時　$T_{2,4} = A \to BC, B = T_{2,2}, C = T_{3,4}$

$j = 2$の時　$T_{2,4} = A \to BC, B = T_{2,3}, C = T_{4,4}$

ダイクストラ法（最短経路問題用アルゴリズム）

- StartノードからGoalノードへ最小コストで移動したい



- a-e, a-dなどの最短距離をa-fの最短距離を見つけるために利用
- 部分問題の解をより大きな問題を解くために利用
- 同じ問題を2度解かなくても済むように解を格納

動的計画法(Dynamic Programming)

- 部分問題の解をより大きな問題を解くために利用
- 同じ問題を2度解かなくても済むように解を格納

- アルゴリズムの例
  - CYK法（構文解析）
  - ダイクストラ法（最短経路問題）
  - DPマッチング（パターンマッチング　DNAの解析にも利用）
  - DPを使った解法（ナップサック問題）
  - ビタビアルゴリズム（音声認識など）

構文解析アルゴリズム

- ボトムアップアルゴリズム
  - 戦略
    - 単語列から出発
    - Sを導出　→　解析終了
  - 代表的なアルゴリズム
    - CYK法
    - LR法
- トップダウンアルゴリズム
  - 戦略
    - Sから出発
    - 目的の単語列を導出　→　解析終了
  - 代表的なアルゴリズム
    - アーリー法(Earley parser)
    - LL法