アルゴリズムとデータ構造III
14回目：1月20日（木）

エントロピー
テキスト圧縮
音声圧縮 （ADPCM，MP3，CELP），
画像圧縮 （JPEG）

授業資料 http://ir.cs.yamanashi.ac.jp/~ysuzuki/public/algorithm3/

授業アンケート

授業終了時に回収します．

- 時間割番号：263216
- 科目名：アルゴリズムとデータ構造III
- 教員名：鈴木良弥

- Fコース独自の質問項目
- 12. 創意・工夫
  この授業に関して、教員の創意・工夫が感じられた。

  13. コミュニケーション
  この授業において、教員は学生の理解度・反応をみて授業していた。

授業の予定（中間試験まで）

1	10/07	スタック（後置記法で書かれた式の計算）
2	10/14	チューリング機械，文脈自由文法
3	10/21	構文解析　CYK法
4	11/04	構文解析　CYK法
5	11/11	構文解析（チャート法）
6	11/18	構文解析（チャート法），グラフ（ダイクストラ法，DPマッチング）
7	11/19 4時限 B2-41	グラフ（A*アルゴリズム，DPマッチング）
8	11/25	グラフ（ DPマッチング），前半のまとめ
9	12/02	中間試験

授業の予定（中間試験以降）

10	12/09	全文検索アルゴリズム（simple search, KMP)
11	12/16	全文検索アルゴリズム（BM, Aho-Corasick)
12	01/06	全文検索アルゴリズム（Aho-Corasick），データ圧縮
13	01/13	暗号（黄金虫，踊る人形） 符号化（モールス信号，Zipfの法則，ハフマン符号）テキスト圧縮，レポート出題
14	01/20	エントロピー，テキスト圧縮， 音声圧縮 （ADPCM，MP3，CELP）， 画像圧縮（JPEG）
15	02/03	**期末試験**

期末試験

- 日時：2月3日（木）2時限
- 教室：B2-11
- 試験開始後45分間は退室不可
- 試験開始後45分以降の入室不可

レポート
全文検索アルゴリズム（BM）

- Boyer-Moore法のプログラムを作成
  - 言語は何でも良い
  - プログラムの説明
- データ
  - text: 2種類
    - 1: ABCDABABCDEABCD
    - 2: ZYXWVUTSABCDEFG
  - Key: 2種類
    - 1: AB
    - 2: ABCD
- 結果表示（4種類の実験に対して）
  - キーワード出現位置（あれば複数）
  - 照合回数
- 締め切り：2月10日（木） 17:00
- 提出場所：鈴木の居室(A3-K514)前のレポート入れ

特別試験（予定）

- 2月28日（月） 学習日
- 3月1日（火） 試験日

- 対象者にはCNSで連絡
- この授業は特別試験を実施しないかもしれません

本日のメニュー

- エントロピー
- テキスト圧縮
- 音声圧縮（ADPCM，MP3，CELP）
- 画像圧縮（JPEG）

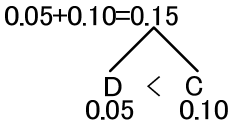
ハフマン符号

- 2分木を使って文字の出現頻度順に並べる
- 葉＝文字
- 浅い：符号長が短い，深い：符号長が長い
- 平均符号長が最小になることが保証されている

ハフマン符号の作り方　1/5

文字	頻度
A	0.25
B	0.20
C	0.10
D	0.05
E	0.40

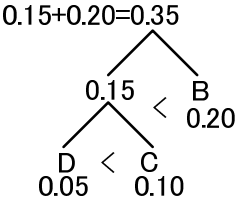
- 頻度の低い文字を2文字（DC)を選び，頻度の低い方を左の葉，頻度の高い方を右の葉に置き，2分木をつくる．
- ルートノードには2つの葉の頻度の和を書き込む



ハフマン符号の作り方　2/5

文字	頻度
A	0.25
B	0.20
(DC)	0.15
E	0.40

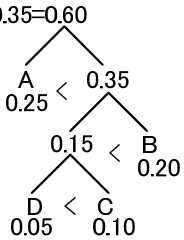
- (DC)統合後，頻度の低いBと(DC)連合を選ぶ．Bと(DC)連合の頻度を比較し，頻度の高いBを右ノードに，低い(DC)連合を左ノードに配置する．
- ルートノードには頻度の和を書き込む



ハフマン符号の作り方　3/5

文字	頻度
A	0.25
((DC)B)	0.35
E	0.40

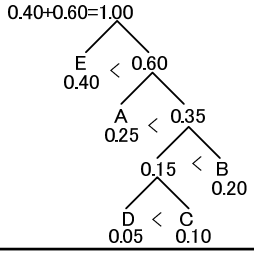
- ((DC)B)統合後，頻度の低いAと((DC)B)連合を選ぶ．Aと((DC)B) 連合の頻度を比較し，頻度の高い((DC)B) 連合を右ノードに，低いAを左ノードに配置する．
- ルートノードには頻度の和を書き込む



ハフマン符号の作り方　4/5

文字	頻度
(A((DC)B))	0.60
E	0.40

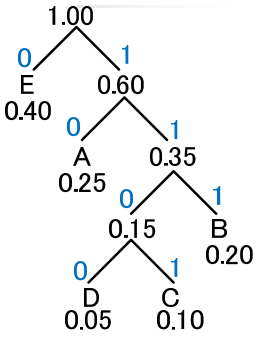
- (A((CD)B))統合後，頻度の低いEと(A((CD)B))連合を選ぶ．Eと(A((CD)B)) 連合の頻度を比較し，頻度の高い(A((CD)B))連合を右ノードに，低いEを左ノードに配置する．
- ルートノードには頻度の和を書き込む



ハフマン符号の作り方　5/5

- 左のノードに0，
  右のノードに1を付与する

文字	頻度	符号
A	0.25	10
B	0.20	111
C	0.10	1101
D	0.05	1100
E	0.40	0



文字⇔ハフマン符号の変換

文字	頻度	符号
A	0.25	10
B	0.20	111
C	0.10	1101
D	0.05	1100
E	0.40	0

- 10111110111000
  - 10|111|1101|1100|0
  - A|B|C|D|E
- BBCEDA
  - 11111111010110010
  - 111|111|1101|0|1100|10

ASCII文字コード（8bit）からハフマン符号へ

文字	頻度	符号
A	0.25	10
B	0.20	111
C	0.10	1101
D	0.05	1100
E	0.40	0
F-Z	0.00	

- A
- ASCII: 01000001 (0x41) 8bit
- Huffman: 10 : 2bit
- E
- ACSII: 01000101 (0x45) 8bit
- Huffman: 0 : 1bit

練習問題1

- 下の表のような記号の出現頻度のとき，ハフマン符号をつくりなさい．但しハフマン符号作成のための二分木も書くこと．

記号	頻度
B	0.17
D	0.20
E	0.33
F	0.12
J	0.06
K	0.08
Q	0.04
合計	1.00

練習問題1 解答例 0/7

- 下の表のような記号の出現頻度のとき，ハフマン符号をつくりなさい．但しハフマン符号作成のための二分木も書くこと．

記号	頻度
B	0.17
D	0.20
E	0.33
F	0.12
J	0.06
K	0.08
Q	0.04
合計	1.00

⇒

記号	頻度
E	0.33
D	0.20
B	0.17
F	0.12
K	0.08
J	0.06
Q	0.04
合計	1.00

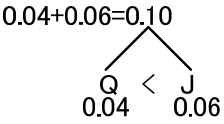
練習問題1 解答例 1/7

- 下の表のような記号の出現頻度のとき，ハフマン符号をつくりなさい．但しハフマン符号作成のための二分木も書くこと．

記号	頻度
B	0.17
D	0.20
E	0.33
F	0.12
J	0.06
K	0.08
Q	0.04
合計	1.00

⇒

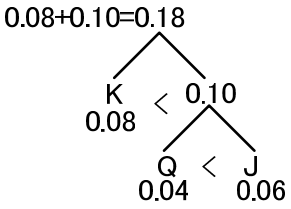
記号	頻度
E	0.33
D	0.20
B	0.17
F	0.12
K	0.08
J	0.06
Q	0.04
合計	1.00



練習問題1 解答例 2/7

- 下の表のような記号の出現頻度のとき，ハフマン符号をつくりなさい．但しハフマン符号作成のための二分木も書くこと．

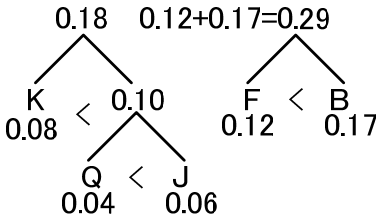
記号	頻度
E	0.33
D	0.20
B	0.17
F	0.12
(Q J)	0.10
K	0.08
合計	1.00



練習問題1 解答例 3/7

- 下の表のような記号の出現頻度のとき，ハフマン符号をつくりなさい．但しハフマン符号作成のための二分木も書くこと．

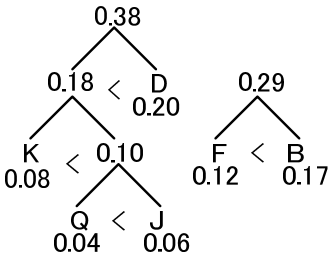
記号	頻度
E	0.33
D	0.20
(K(Q J))	0.18
B	0.17
F	0.12
合計	1.00



練習問題1 解答例 4/7

- 下の表のような記号の出現頻度のとき，ハフマン符号をつくりなさい．但しハフマン符号作成のための二分木も書くこと．

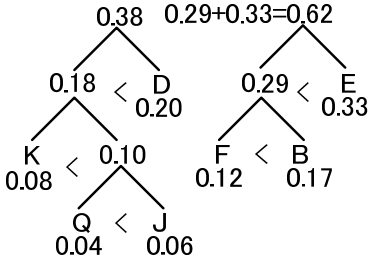
記号	頻度
E	0.33
(F B)	0.29
D	0.20
(K(Q J))	0.18
合計	1.00



練習問題1 解答例 5/7

- 下の表のような記号の出現頻度のとき，ハフマン符号をつくりなさい．但しハフマン符号作成のための二分木も書くこと．

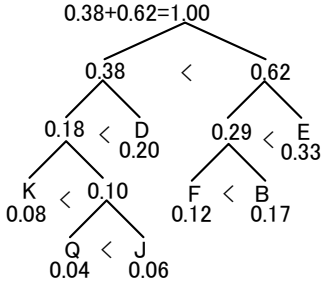
記号	頻度
((K(Q J))D)	0.38
E	0.33
(F B)	0.29
合計	1.00



練習問題1 解答例 6/7

- 下の表のような記号の出現頻度のとき，ハフマン符号をつくりなさい．但しハフマン符号作成のための二分木も書くこと．

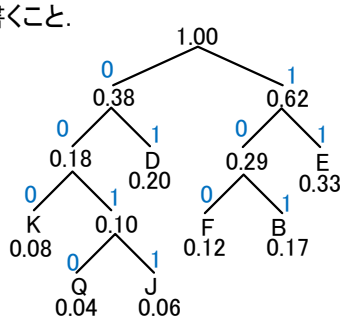
記号	頻度
((F B) E)	0.62
((K(Q J))D)	0.38
合計	1.00



練習問題1 解答例 7/7

- 下の表のような記号の出現頻度のとき，ハフマン符号をつくりなさい．但しハフマン符号作成のための二分木も書くこと．

記号	頻度	コード
B	0.17	101
D	0.20	01
E	0.33	11
F	0.12	100
J	0.06	0011
K	0.08	000
Q	0.04	0010
合計	1.00	



前回はここまで

ハフマン符号の特徴

- 各記号がリーフノード（葉）に対応している
  - ハフマン符号列を左からトレースすることで，記号の区切りが分かる
  - 区切り記号を入れる必要がない
- 平均符号長→エントロピーの良い近似

（情報）エントロピーとは？

自己情報量 $I(p)$ （その情報が得られたときの驚き度）

$I(p_A)=\log_2\left(\frac{1}{p_A}\right)=-\log_2 p_A$ [bit]　　p_A：事象Aの生起確率

冬の甲府で雨が降る確率を$\frac{1}{16}$とすると雨の天気予報が持つ自己情報量は

$I(p_{雨})=-\log_2\frac{1}{16}=-\log_2 2^{-4}=4$[bit]

サイコロの1の目が出たという情報の持つ自己情報量は

$I(p_{サ1})=-\log_2\frac{1}{6}=-\frac{\log_{10}\frac{1}{6}}{\log_{10}2}=2.58$[bit]

寝坊をして期末テストを休んだA君にとって不合格という情報の持つ自己情報量は

$I(p_{不合格})=-\log_2\frac{1}{1}=0$[bit]　→　情報ゼロ！，驚くにあたらない

エントロピー（平均情報量）

情報源から得られる1事象あたりの情報量

$H=-\sum_{i=1}^{N}p_i\log_2 p_i$ [bit/symbol]　　p_i：事象iの生起確率, N：事象の数

冬の甲府で雨が降る確率を$\frac{1}{16}$とすると雨/晴の予報が持つエントロピーは

$H=-\frac{1}{16}\log_2\frac{1}{16}-\frac{15}{16}\log_2\frac{15}{16}=0.34$[bit/symbol]

サイコロの目の情報の持つエントロピーは

$H=-\sum_{i=1}^{6}\frac{1}{6}\log_2\frac{1}{6}=\log_2 6=2.58$[bit/symbol]

寝坊をして期末テストを休んだA君にとって合否情報の持つエントロピーは

$H=-1\times\log_2 1-0\times\log 0=0$[bit/symbol]　→　聞くまでもない

$\lim_{x\to+0}x\log x=0$

$\lim_{x\to+0}x\log_2 x=0$?

ロピタルの定理を利用

$\lim_{x\to c}f(x)=\lim_{x\to c}g(x)=0$または$\lim_{x\to c}f(x)=\pm\lim_{x\to c}g(x)=\pm\infty$のいずれかが満たされるとする．

ここで$\lim_{x\to c}\frac{f'(x)}{g'(x)}=A$とすると$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)}=A$

$\lim_{x\to+0}x\log_2 x=\lim_{x\to+0}\frac{\log_2 x}{\frac{1}{x}}$

$f(x)=\lim_{x\to+0}\log_2 x=-\infty, g(x)=\lim_{x\to+0}\frac{1}{x}=\infty$

$\lim_{x\to+0}\frac{f'(x)}{g'(x)}=\lim_{x\to+0}\frac{\frac{1}{x\ln 2}}{-x^{-2}}=-\frac{1}{\ln 2}\lim_{x\to+0}x=0$なので

$\lim_{x\to+0}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to+0}\frac{\log x}{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to+0}x\log x=0$

エントロピー（平均情報量）（これ以上圧縮出来ない限界点）

記号	頻度
B	0.17
D	0.20
E	0.33
F	0.12
J	0.06
K	0.08
Q	0.04
合計	1.00

$H = -\sum_i P_i \log_2 P_i$　　P_i：データiの出現確率

エントロピー$H \leq$ ハフマンコードの平均符号長

練習問題1の例

$$H = -\left(\begin{array}{l} P_B \log_2 P_B + P_D \log_2 P_D + P_E \log_2 P_E + P_F \log_2 P_F \\ + P_J \log_2 P_J + P_K \log_2 P_K + P_Q \log_2 P_Q \end{array}\right)$$

$$= -(0.17\log_2 0.17 + 0.20\log_2 0.20 + 0.33\log_2 0.33 + 0.12\log_2 0.12 + 0.06\log_2 0.06 + 0.08\log_2 0.08 + 0.04\log_2 0.04)$$

$$= 2.5$$

ハフマンコードの平均符号長 $= (3+2+2+3+4+3+4)/7 = 3.0$

英語のエントロピー

- アルファベット（26文字）が全て等確率で出現すると仮定すると，エントロピーは1文字当たり

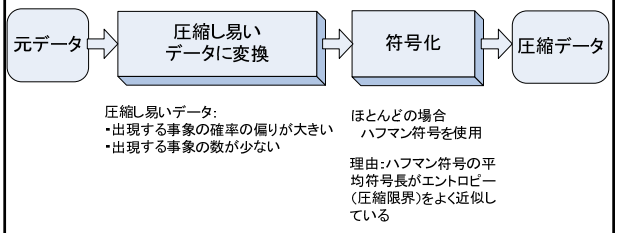
$$-\sum_{i=1}^{26} \frac{1}{26} \log_2 \frac{1}{26} = \log_2 26 = 4.70 \text{ bit}$$

- caesarのような確率分布をなしている場合には，4.09bitとなる．
- 偏りがある場合　＜　等確率の場合

データ圧縮

- 対象データ
  - テキスト
  - 音声
    - 音楽
    - 話し声
  - 画像
  - 動画
- 圧縮方式
  - 可逆圧縮（ロスレス圧縮）
  - 非可逆圧縮（ロッシー圧縮）

データ圧縮処理の流れ



（Zip）圧縮

- ファイル圧縮
- 可逆圧縮
- ハフマン符号化を使用

- ソフトウェア
  - PKZIP, WinZip
  - compress (.Z), gzip (.gz), bzip2 (.bz2)など

文書圧縮

- 可逆圧縮
  - ハフマン符号を使って圧縮
- 非可逆圧縮
  - 自動要約？

非可逆圧縮

- 受け手（普通は人間）の受信能力の特徴を利用して圧縮率を高める

人間の知覚能力の限界

- 高周波，低周波は聞き取れない
- 周波数が近接していると区別できない
- 位相差は聞き取れない
- 急激な色の変化には鈍感

人間の感覚は対数的

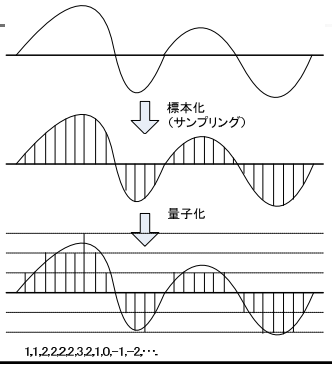
- スティーブンスのべき乗則
- ウェーバー・フェヒナーの法則

- 音の大きさ（デシベル）
- 明るさ
- 金銭感覚
  - 国の借金：900兆円突破（3ヶ月で21兆円増）
  - 国民一人当たり710万円の借金
  - 年収$75,000を超えると年収が増えても生活の満足感はあまり増加しない
  - プロ野球選手の年俸

- → 対数で量子化

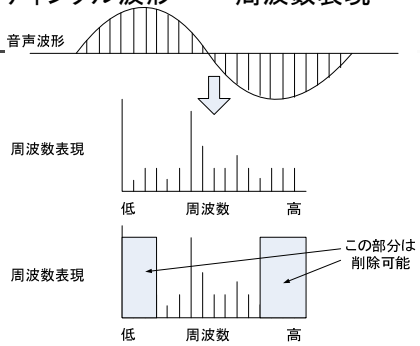
音声圧縮

- アナログ波形 → ディジタル波形



音声圧縮

- ディジタル波形 → 周波数表現



人間が聞こえる音を再現：MP3 128～192kbit/s
音声が聞き取れればよい：携帯電話 8kbit/s 授業音声は16kbit/s

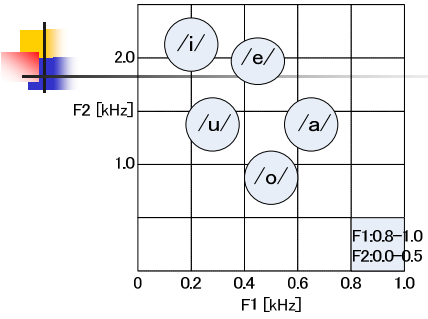
音声圧縮 ベクトル量子化

- 音声（人間の声）とは
  - 声帯の振動による音 → 声道の形により様々な声を発声できる
  - 声帯と声道によって出せる音は決まってしまう

- 音声の偏り
  - 話す言語（日本語，英語）によっても限定される
  - いくつかのパラメータにより，ほぼ全ての声を決められる
  - パラメータは独立ではない（声道などの制約）

- データの頻度分布の偏りを利用して圧縮

日本語母音の第1，第2フォルマント



日本語母音のフォルマント(男声)

F1:0.8-1.0 F2:0.0-0.5 のような分類(クラスタ数:5x5=25)をするより音声の特徴を活かした/i/, /e/,/u/,/o/,/a/のような分類のほうが圧縮しやすい

音声圧縮　PCM符号化 1/2

- PCM(Pulse Code Modulation)
- アナログ信号をデジタルデータに変換
- アナログ信号を一定時間毎に標本化し，定められたビット数の整数値に量子化する
- 音声品質を決定するもの
  - 標本化周波数
  - 量子化ビット数
- CDの音質
  - 標本化周波数:44.1kHz
  - 量子化ビット数:16bit

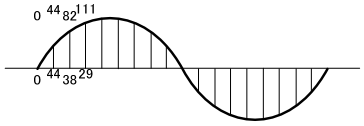
音声圧縮　PCM符号化　2/2

- アナログ信号のままでは1回線で複数の信号を同時に送ることは難しいが，PCMに変換すると時分割により，同時に複数の信号を送ることが出来る　→　音声圧縮
- 送信側にマルチプレクサ(データセレクタ)，受信側にデマルチプレクサ(データディストリビュータ)を使う

音声圧縮　(A)DPCM符号化

- (Adaptive) Differential Pulse Code Modulation
- 音声波形は連続的に変化している.
- →前回のサンプリングからの差分を記録するだけなら量子化ビット数を抑えられる
  - (例えば16ビットを12ビットに圧縮できる)
- 大きな変化→量子化幅を粗くできる(Adaptive)

PCM: 128～−127 (8bit)



ADPCM: 64～−63 (7bit)

サンプルNo.	PCM	DPCM
0	0	0
1	44	44
2	82	38
3	111	29
4	126	15
5	126	0
6	111	−15
7	82	−29
8	44	−38
9	0	−44
10	−44	−44
11	−82	−38
12	−111	−29
13	−126	−15
14	−126	0
15	−111	15
16	−82	29
17	−44	38
18	0	44
最大値	126	44
使用ビット数	8	7

音声圧縮　MP3

- MPEG-1オーディオ・レイヤⅢ
- 携帯型音楽プレーヤーなどで使用

音声圧縮(CELP)
Code Excited Linear Prediction

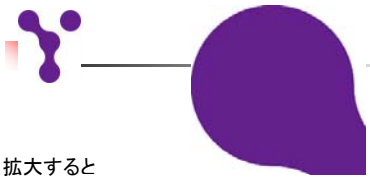
- 携帯電話の通話の圧縮に使われている
- CS-ACELPの場合8kbps (8 kbit/s)
- ベクトル量子化と線形予測を利用

画像圧縮（JPEG）手法

1. 画像を8x8のブロック単位に分割
2. ブロックごとにDCTを行い空間領域から周波数領域へ変換（データを低周波部分に偏在させる）
3. 高周波部分をカットし，圧縮
4. ハフマン符号を使って符号化

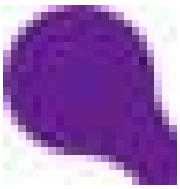
JPEGとPNG

元の画像 (184KB)

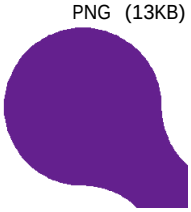


拡大すると

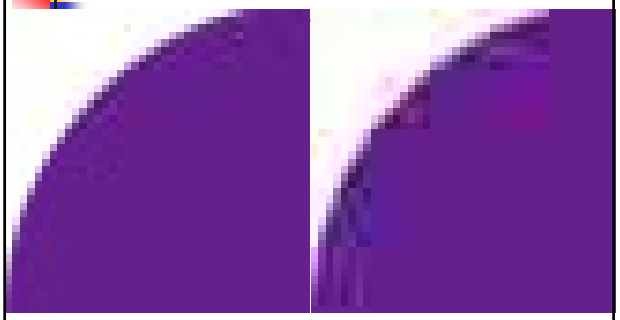
JPEG (14KB)



PNG (13KB)



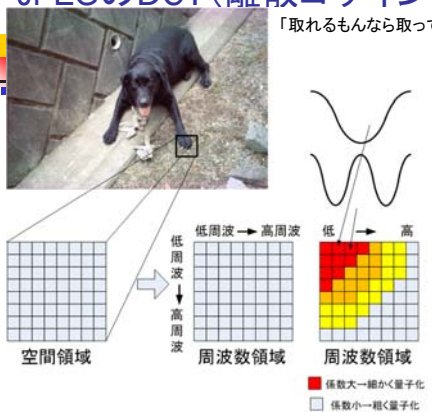
JPEG
もっと圧縮，もっと拡大



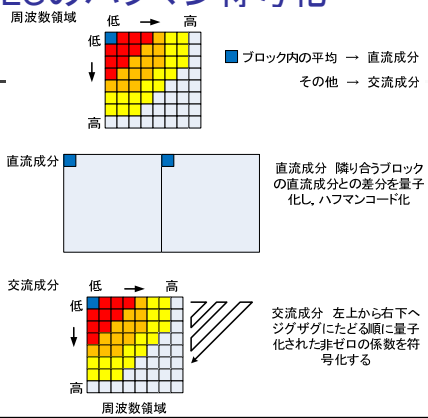
DCT（離散コサイン変換）

- JPEG，MP3 などで利用されている
- 空間領域から周波数領域へ変換
- どんな複雑な波でも三角関数の和で近似出来る（フーリエ級数展開）
- 人間の視覚　低周波に敏感　高周波には鈍感　→　低周波：細かく量子化，　高周波：粗く量子化
- 高周波の項の係数は0になる　→　データの間引きが可能

JPEGのDCT（離散コサイン変換）



JPEGのハフマン符号化



授業のまとめ

- スタック
- 動的計画法を利用したアルゴリズム
  - 構文解析：CYK （チャート法）
  - 最短経路探索：ダイクストラ法，A*アルゴリズム
  - マッチング：DPマッチング
- 文字列検索
  - Simple Search，KMP法，BM法，Aho-Corasick法
- データ圧縮
  - ハフマン符号化
  - エントロピー
  - 文書，音声，画像の圧縮
  - DCT（離散コサイン変換）

レポート
全文検索アルゴリズム（BM）

- Boyer-Moore法のプログラムを作成
  - 言語は何でも良い
  - プログラムの説明
- データ
  - text: 2種類
    - 1: ABCDABABCDEABCD
    - 2: ZYXWVUTSABCDEFG
  - Key: 2種類
    - 1: AB
    - 2: ABCD
- 結果表示（4種類の実験に対して）
  - キーワード出現位置（あれば複数）
  - 照合回数
- 締め切り：2月10日（木） 17:00
- 提出場所：鈴木の居室(A3-K514)前のレポート入れ

授業アンケート

授業終了時に回収します．

- 時間割番号：263216
- 科目名：アルゴリズムとデータ構造III
- 教員名：鈴木良弥

- Fコース独自の質問項目
- 12. 創意・工夫
  この授業に関して、教員の創意・工夫が感じられた。

  13. コミュニケーション
  この授業において、教員は学生の理解度・反応をみて授業していた。