

オートマトンと言語

3回目 4月25日(水)

2章(BNF記法), 3章(グラフ)

授業資料

<http://ir.cs.yamanashi.ac.jp/~ysuzuki/public/automaton/>

授業の予定(中間試験まで)

| 回数 | 月日 | 内容 |
|----|-------|----------------------|
| 1 | 4月11日 | オートマトンとは, オリエンテーション |
| 2 | 4月18日 | 2章(数式の記法, スタック, BNF) |
| 3 | 4月25日 | 2章(BNF), 3章(グラフ) |
| 4 | 5月02日 | 3章(グラフ) |
| 5 | 5月09日 | 4章 有限オートマトン1 |
| 6 | 5月16日 | 有限オートマトン2 2・3章の小テスト |
| 7 | 5月23日 | 正規表現 |
| 8 | 5月30日 | 正規表現, 非決定性有限オートマトン |
| 9 | 6月06日 | 中間試験, 前半のまとめ |

出張などにより, 授業日が変更になる場合があります.

授業の予定

| 回数 | 月日 | 内容 |
|----|-------|-------------------------|
| 10 | 6月13日 | NFA→DFA |
| 11 | 6月20日 | DFAの最小化 |
| 12 | 6月27日 | DFAの最小化, 有限オートマトンの応用 |
| 13 | 7月04日 | プッシュダウンオートマトン, チューリング機械 |
| 14 | 7月11日 | 形式言語理論, 文脈自由文法 |
| 15 | 7月18日 | 期末試験, まとめ |

出張などにより, 授業日が変更になる場合があります.

前回の宿題

- 例題2.26の解を参考にして、ユークリッドの互除法(最大公約数)のプログラムを作成せよ
 - 使用するプログラム言語は問わない

$GCD(x, y)$:

a : $x = y$ のとき $GCD := x$;

b : $x > y$ のとき $call\ GCD(y, x)$;

c : $y < x$ のとき

$r := y \pmod{x}$;

$r = 0$ のとき $GCD := x$;

$r \neq 0$ のとき $call\ GCD(r, x)$

前回の宿題 解答例 python

- 例題2.26の解を参考にして、ユークリッドの互除法(最大公約数)のプログラムを作成せよ

```
#!/usr/bin/env python
### usage: gcd.py 12 18
import sys
```

プログラム言語: python
コマンドライン: gcd.py 12 18
出力: gcd(12,18)=6

```
def gcd(x,y):
    if x==y:
        return x
    elif x>y:
        return gcd(y,x) 自己参照
    else:
        r=y % x
        if r==0:
            return x
        else:
            return gcd(r,x) 自己参照
```

```
x=int(sys.argv[1]) 第1引数
y=int(sys.argv[2]) 第2引数
print "gcd(%d,%d)=%d" % (x,y,gcd(x,y))
```

前回の宿題 解答例 ruby

- 例題2.26の解を参考にして、ユークリッドの互除法(最大公約数)のプログラムを作成せよ

```
#!/usr/bin/ruby
### usage: gcd.rb 12 18
def gcd(x,y)
  if x==y then
    return x
  end
  if x>y then
    return gcd(y,x)  自己参照
  end
  if x<y then
    r= y % x
    if r==0 then
      return x
    else
      return gcd(r,x)  自己参照
    end
  end
end
end
```

プログラム言語:ruby
コマンドライン:gcd.rb 12 18
出力:gcd(12,18)=6

メソッド gcd

```
x=ARGV[0].to_i  第一引数
y=ARGV[1].to_i  第二引数
printf "gcd(%d,%d)=%d\n", x,y,gcd(x,y)
```



今日のメニュー

2章 ■ BN(F)記法

3章 ■ (離散)グラフ

■ 多重グラフ

■ 単純グラフ

■ 連結グラフ

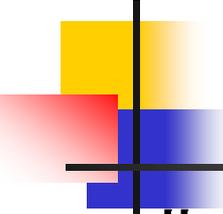
■ (コンピュータで扱う場合の)グラフの表現



BN(F)記法の例

- $\langle \text{英数字} \rangle ::= \langle \text{英字} \rangle | \langle \text{数字} \rangle$
 - 英数字とは英字または数字のことである.

- $\langle \text{英字} \rangle ::= a | b | \dots | y | z$
 - 英字とは a, b, \dots, y, z のどれかである



例題2.66 (44ページ)

- 非負の整数を表す10進記法の数値のみからなる言語をBN(F)記法で定義せよ

- 解

- $\langle \text{数値} \rangle ::= 0 \mid \langle \text{正整数} \rangle$
- $\langle \text{正整数} \rangle ::= \langle \text{非零数字} \rangle \langle \text{数字繰返し} \rangle$
- $\langle \text{非零数字} \rangle ::= 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$
- $\langle \text{数字繰返し} \rangle ::= \varepsilon \mid \langle \text{数字} \rangle \langle \text{数字繰返し} \rangle$
- $\langle \text{数字} \rangle ::= 0 \mid \langle \text{非零数字} \rangle$

例題2.68 (45ページ)

- 和 $+$ と積 \times からなる中置記法の数式をBN(F)記法で定義せよ. 変数はすべて y とし, 括弧 $(,)$ を用いる. 定数は用いない.

■ 解

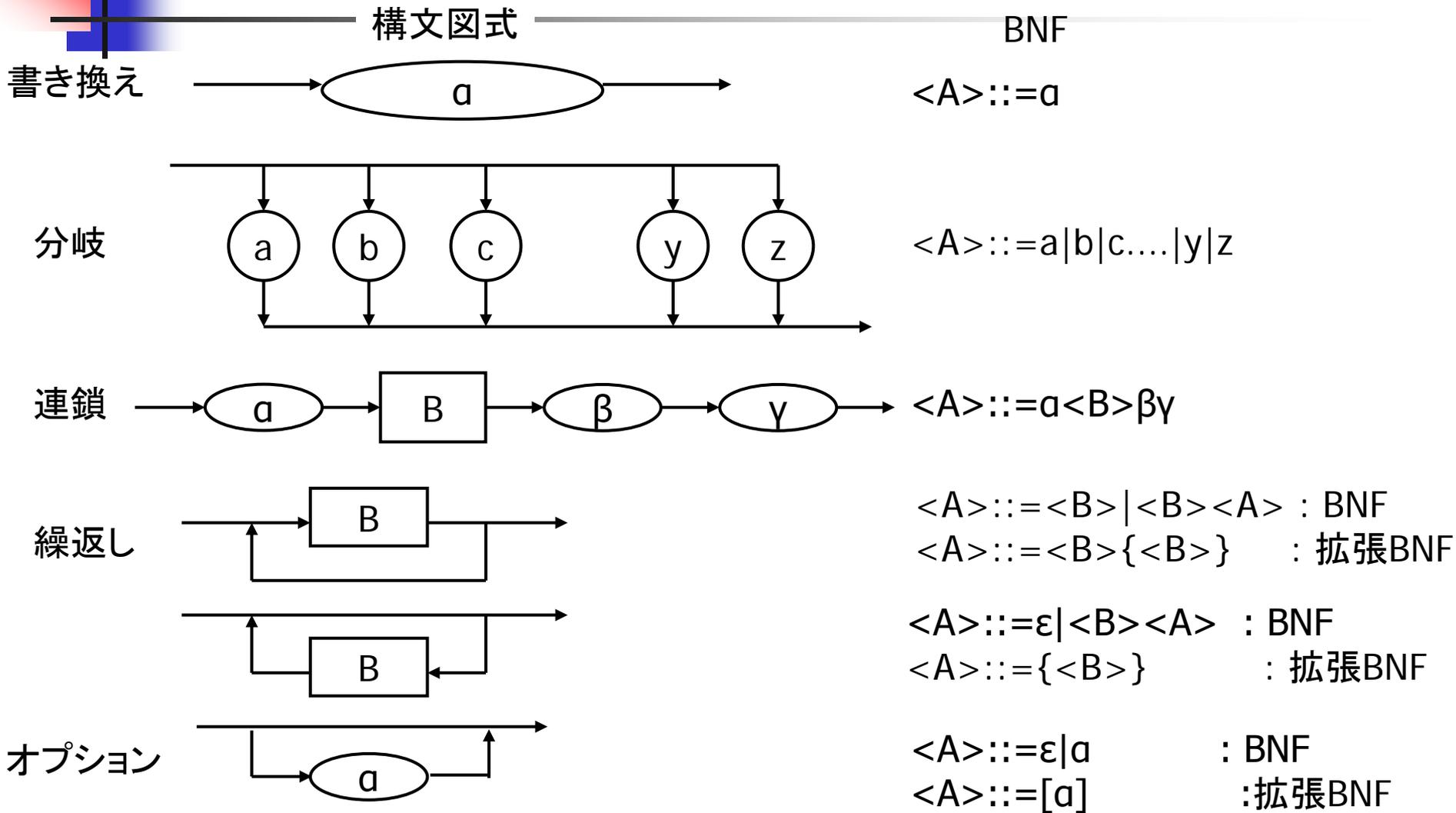
$$\begin{aligned} \blacksquare \langle \text{数式} \rangle ::= & \langle \text{変数} \rangle \mid \langle \text{数式} \rangle + \langle \text{数式} \rangle \\ & \mid \langle \text{数式} \rangle \times \langle \text{数式} \rangle \mid (\langle \text{数式} \rangle) \end{aligned}$$

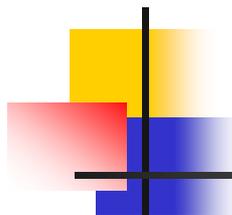
$$\langle \text{変数} \rangle ::= y$$

$$\text{例: } (y+y) \times y, (y \times (y+y))$$

構文図式表現とBNF表現

(p.46)





拡張BN(F)表現

■ 繰り返し表現 $\{.\}$

■ $\langle A \rangle ::= a|a\langle A \rangle$ a の1回以上の繰り返し

■ 拡張記法 $\langle A \rangle ::= a\{a\}$

■ $\langle A \rangle ::= \varepsilon|a\langle A \rangle$ a の0回以上の繰り返し

■ 拡張記法 $\langle A \rangle ::= \{a\}$

■ オプション $[.]$

■ $\langle B \rangle ::= \varepsilon|b$ b はなくてもよいし, あってもよい

■ 拡張記法 $\langle B \rangle ::= [b]$

拡張BNF記法の例

Pascal(プログラム言語)の記法

- PASCAL 情報処理シリーズ 2
 - 出版社: 培風館
 - 著者: K.イエンゼン N.ヴィルト (原田賢一訳)
 - 付録D 構文 ([pp.121-131](#))



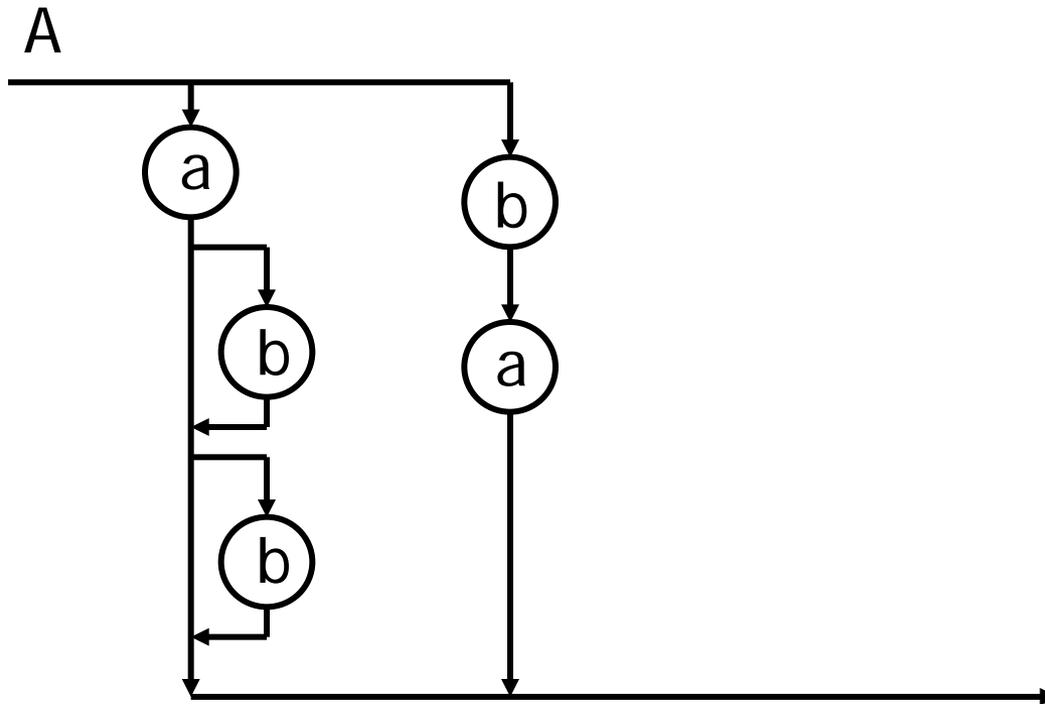
演習問題4 例題2.73改

- つぎのBNF記法による言語の表現を, できるだけ簡単な構文図式で表せ.
- 1. $\langle A \rangle ::= a|ab|abb|ba$
- 2. $\langle A \rangle ::= a|a\langle A \rangle$
- 3. $\langle A \rangle ::= \varepsilon|a|b\langle A \rangle$
- 4. $\langle A \rangle ::= a\langle A \rangle|ba$
- 5. $\langle A \rangle ::= \varepsilon|a\langle A \rangle a|b\langle A \rangle b$

演習問題4の解答

例題2.73-1

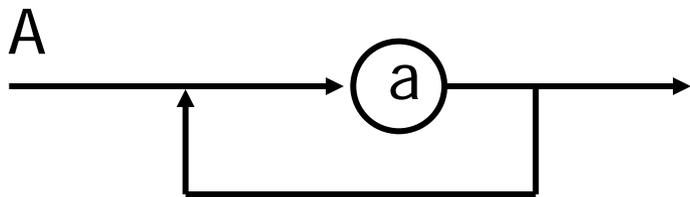
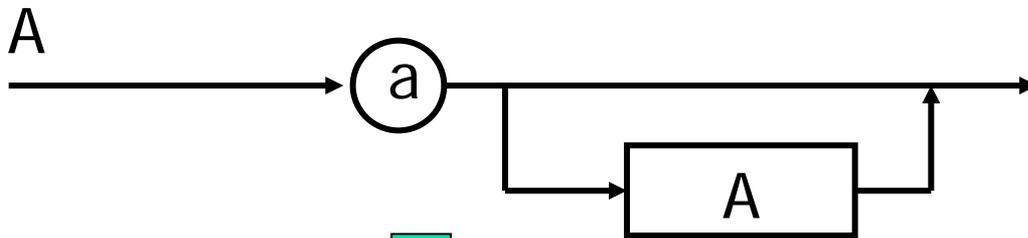
- $\langle A \rangle ::= a|ab|abb|ba$
- $\langle A \rangle ::= [b]a|ab[b]$



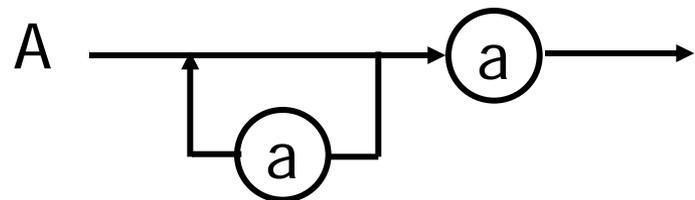
演習問題4の解答

例題2.73-2

- $\langle A \rangle ::= a | a \langle A \rangle$
- $\langle A \rangle ::= a \{ a \}$



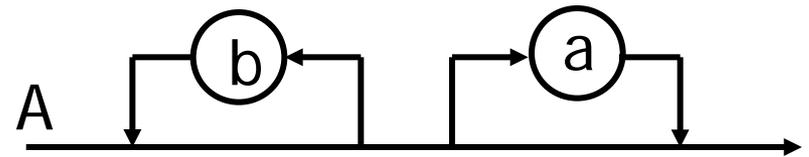
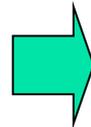
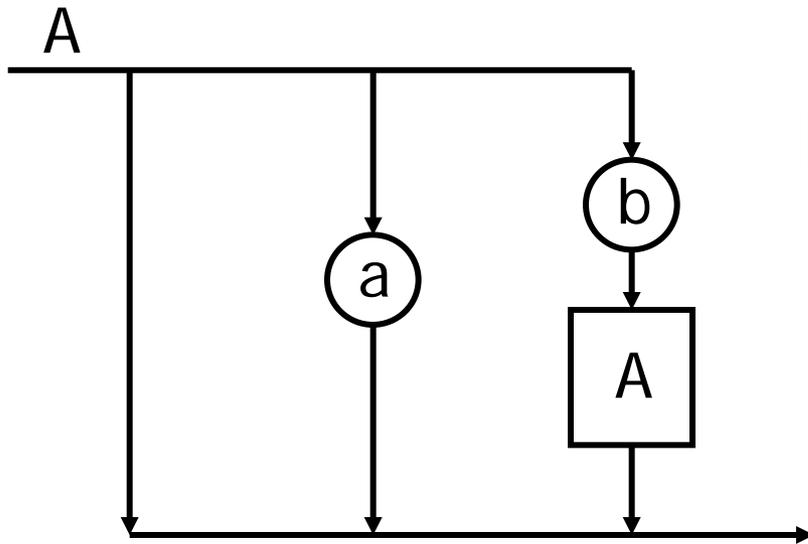
または



演習問題4の解答

例題2.73-3

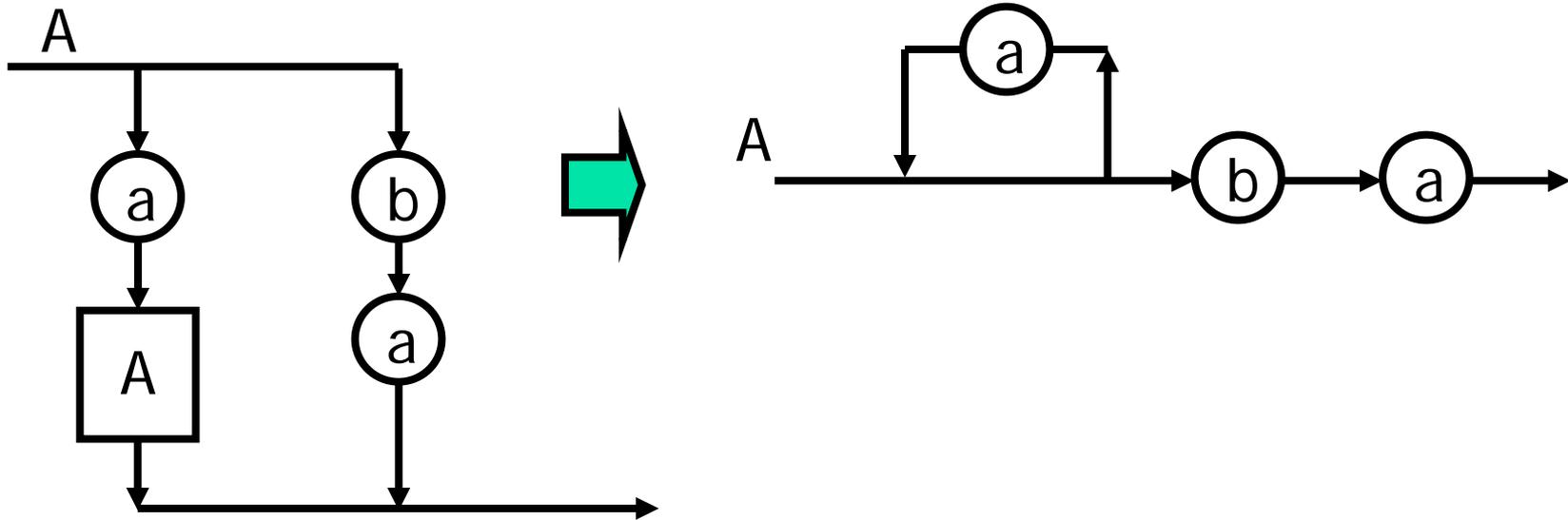
- $\langle A \rangle ::= \varepsilon | a | b \langle A \rangle$
- $\langle A \rangle ::= \{b\}[a]$



演習問題4の解答

例題2.73-4

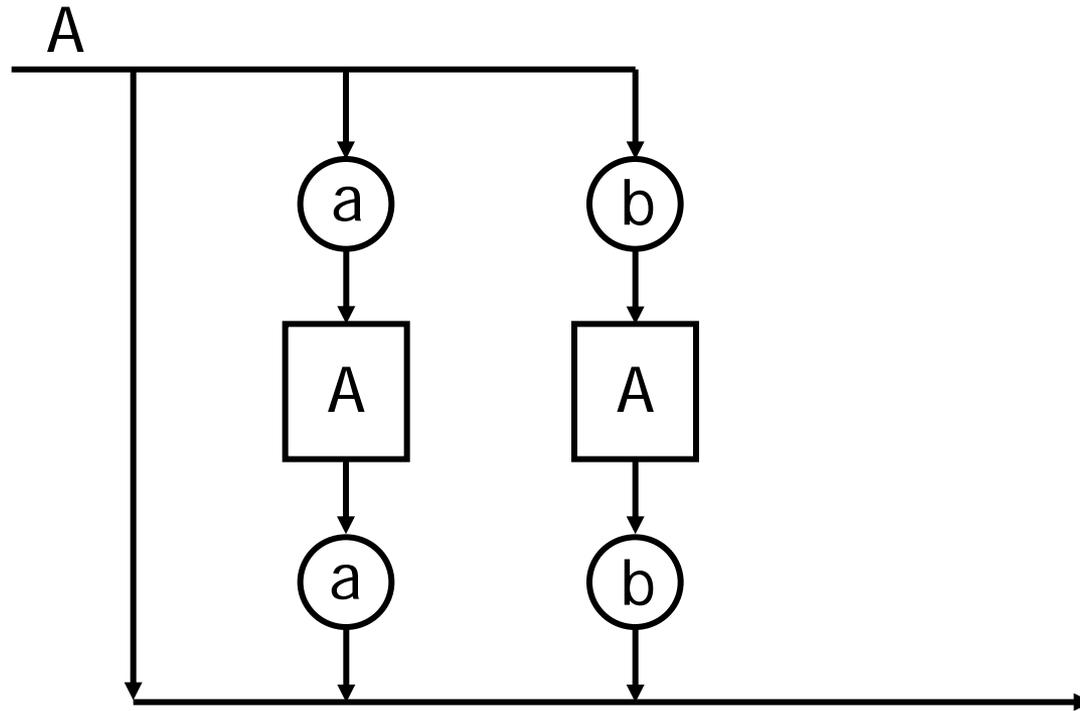
- $\langle A \rangle ::= a \langle A \rangle \mid ba$
- $\langle A \rangle ::= [a\{a\}]ba$
 $::= \{a\}ba$



演習問題4の解答

例題2.73-5

- $\langle A \rangle ::= \varepsilon | a \langle A \rangle a | b \langle A \rangle b$



2章のまとめ

- 自動販売機の動作モデル
 - 状態を記憶することが重要
- 数学的帰納法
- 前置, 中置, 後置記法間の変換
 - 中置記法 \leftrightarrow 後置記法
- 後置記法とスタック
 - 後置記法の計算はスタックを利用する
- BNF記法と構文図式
 - 簡単な構文は複数の状態と遷移で記述可能

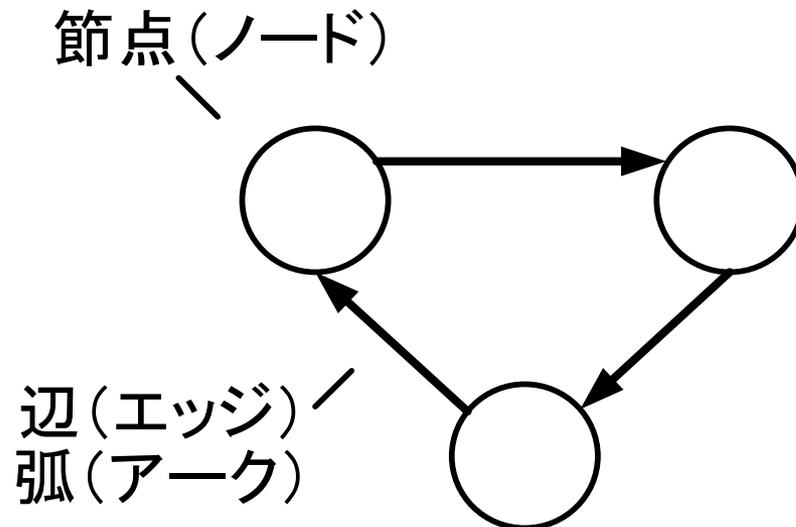
1回目

前回

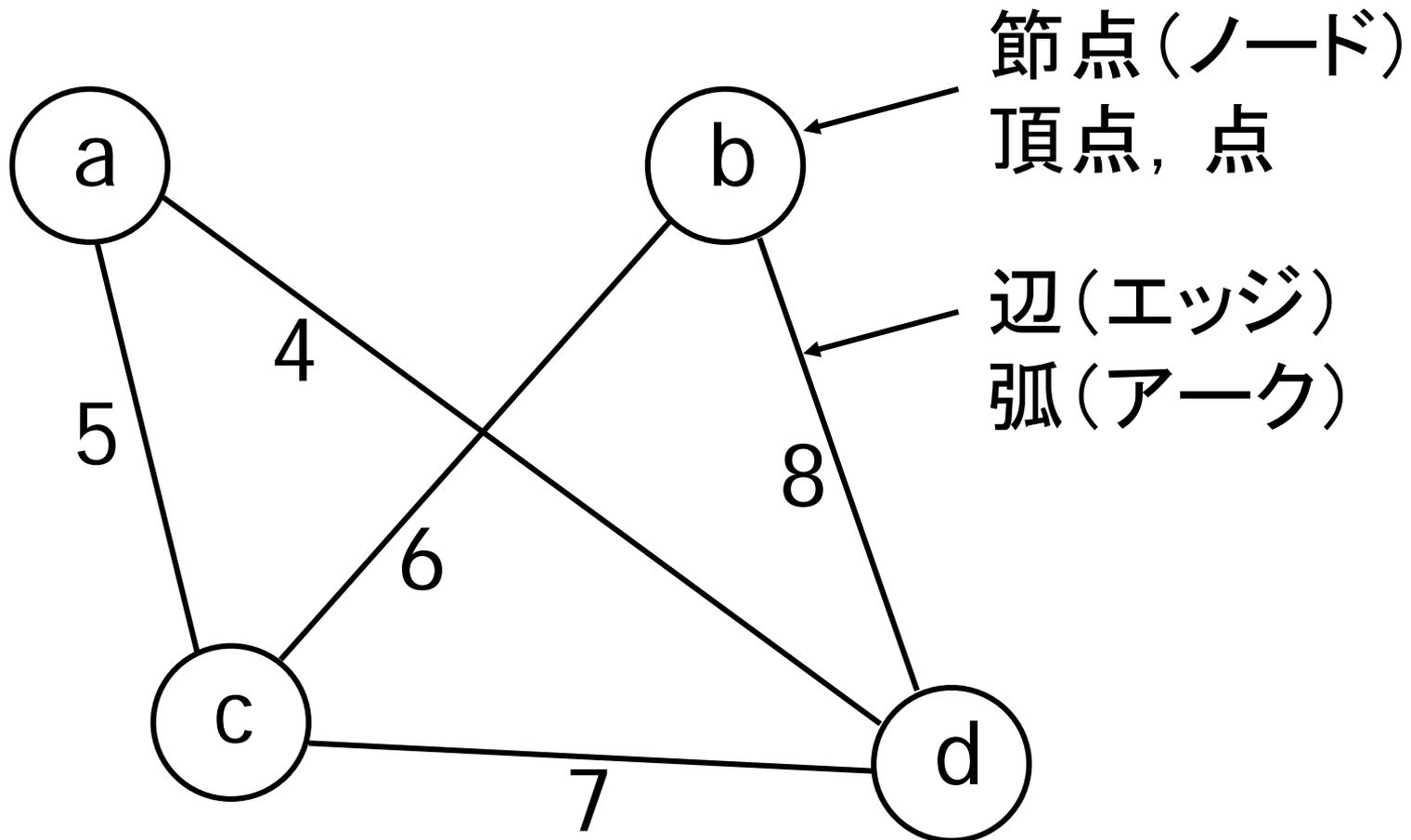
今回

3章 離散グラフと木グラフ

- (離散)グラフ (49ページ)
 - 節点(ノード)の集合と節点を結ぶ辺(エッジ, アーク)の集合

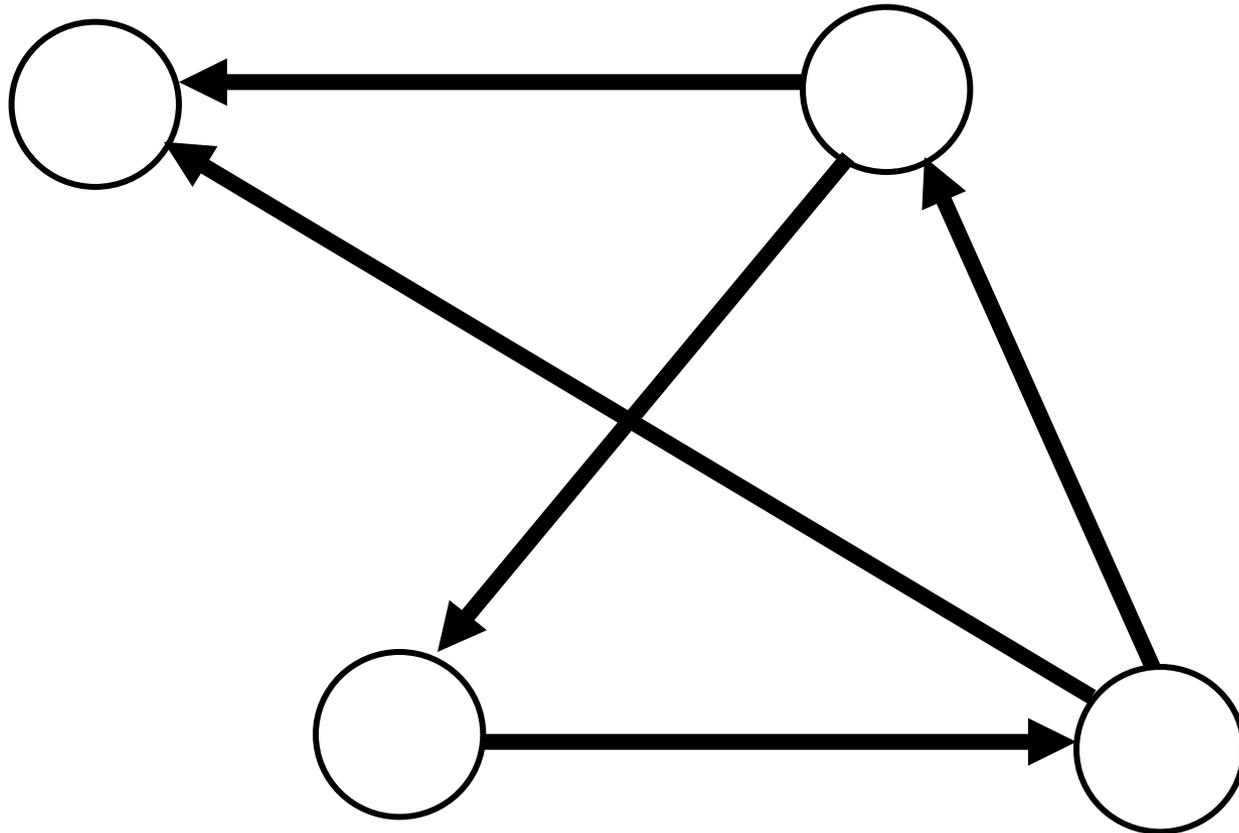


離散グラフの例 ラベル付き無 向グラフ (49ページ)

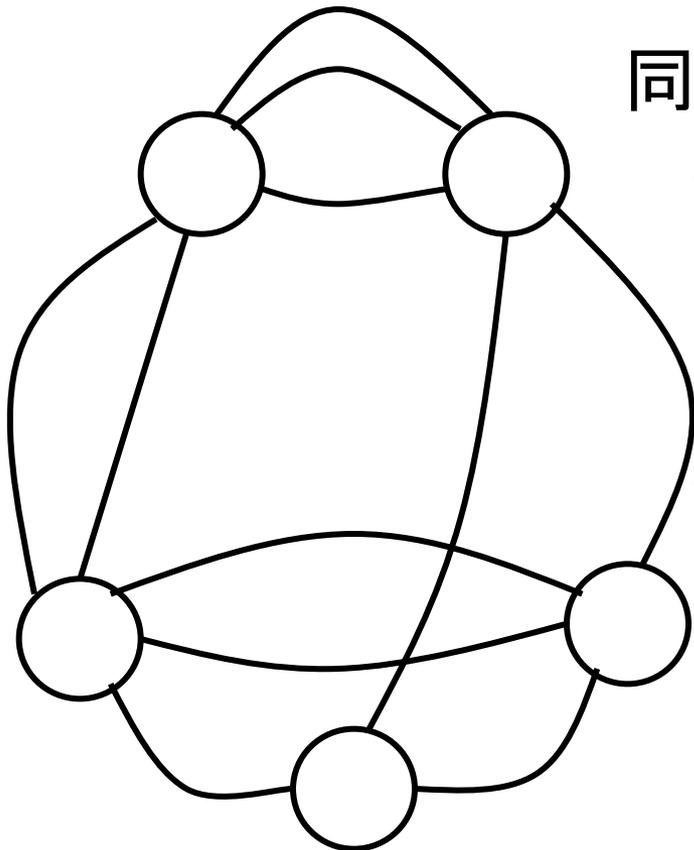


離散グラフの例 有向グラフ (49ページ)

辺(アーク)に向きが有る



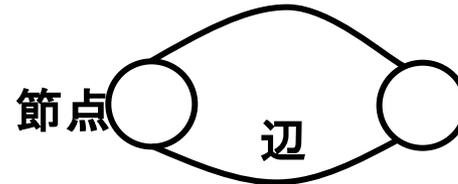
多重グラフ (50ページ)



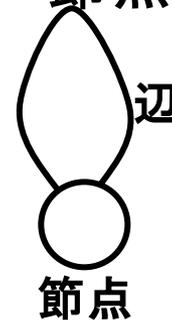
多重グラフ

同じ節点をつなぐ辺が複数ある

- 同じ節点对を結ぶ辺が2つある(多重辺)

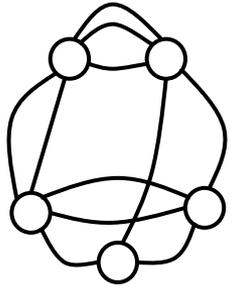


- 始点と終点が同一節点の辺がある(ループ)

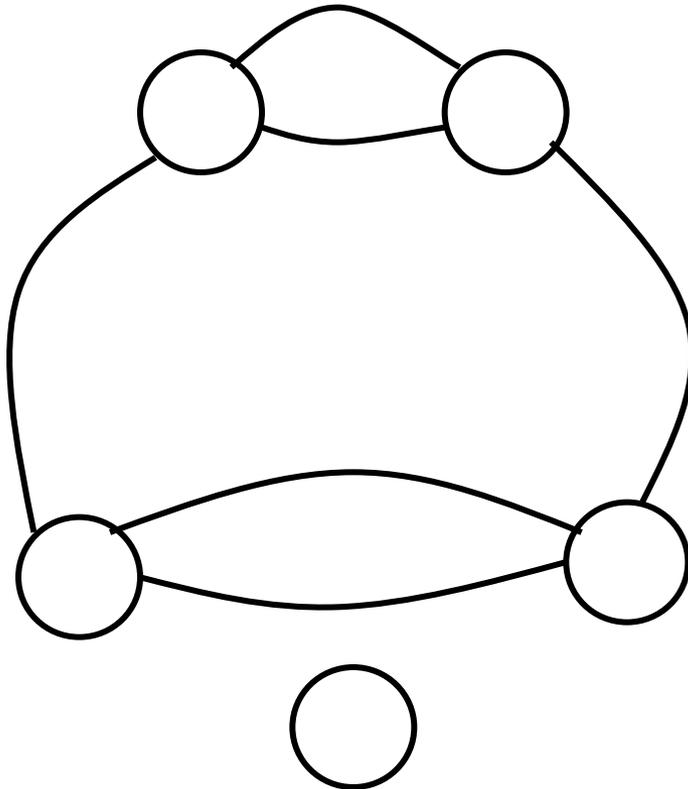


多重グラフの部分グラフ (50ページ)

多重グラフ



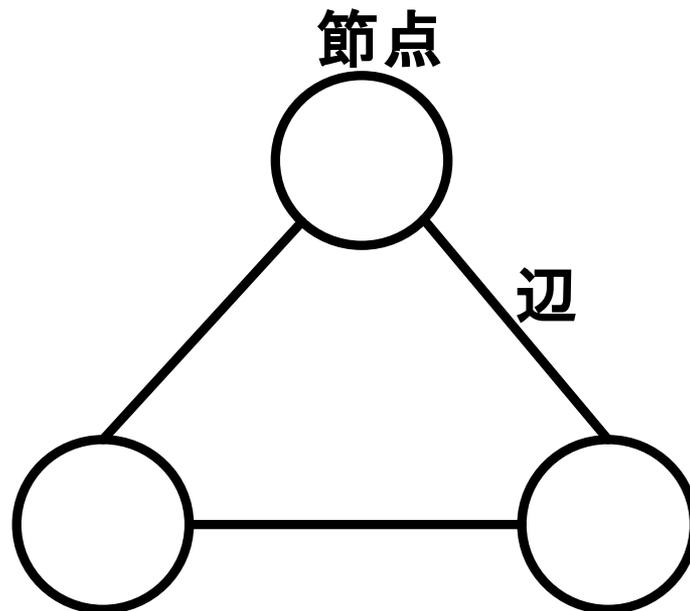
多重グラフの部分グラフ



あるグラフの部分集合
がグラフをなしている
(部分集合のすべての
辺の両端がその部分集
合の節点)

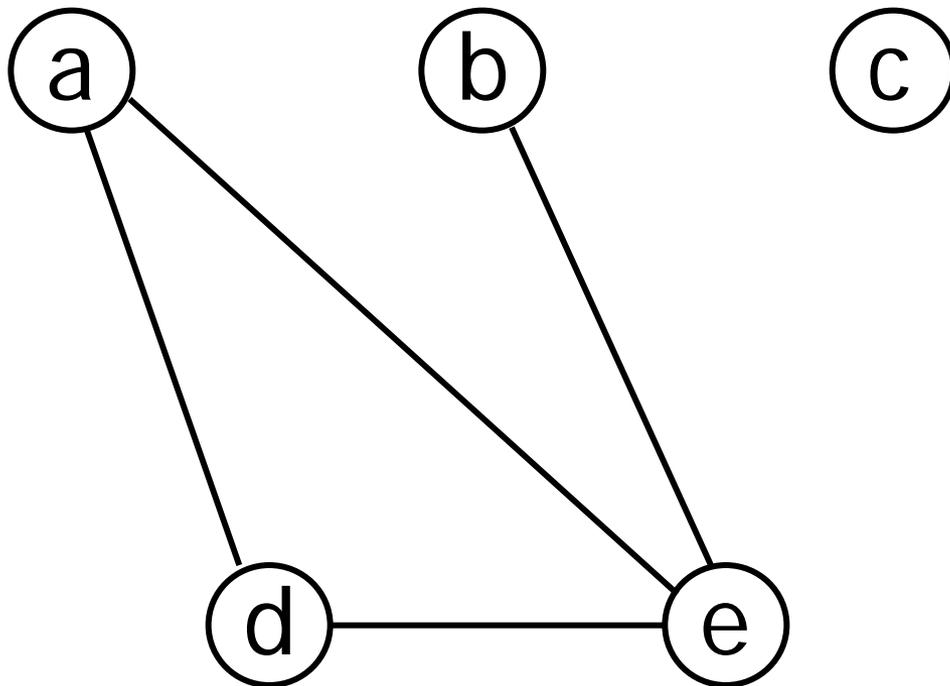
単純グラフ

- ループも多重辺も含まないグラフ
- 多重グラフ以外のグラフ



節点ラベル付き単純グラフと節点次数 (51ページ)

節点の次数: 節点に接続する辺の数
(隣接節点の数)



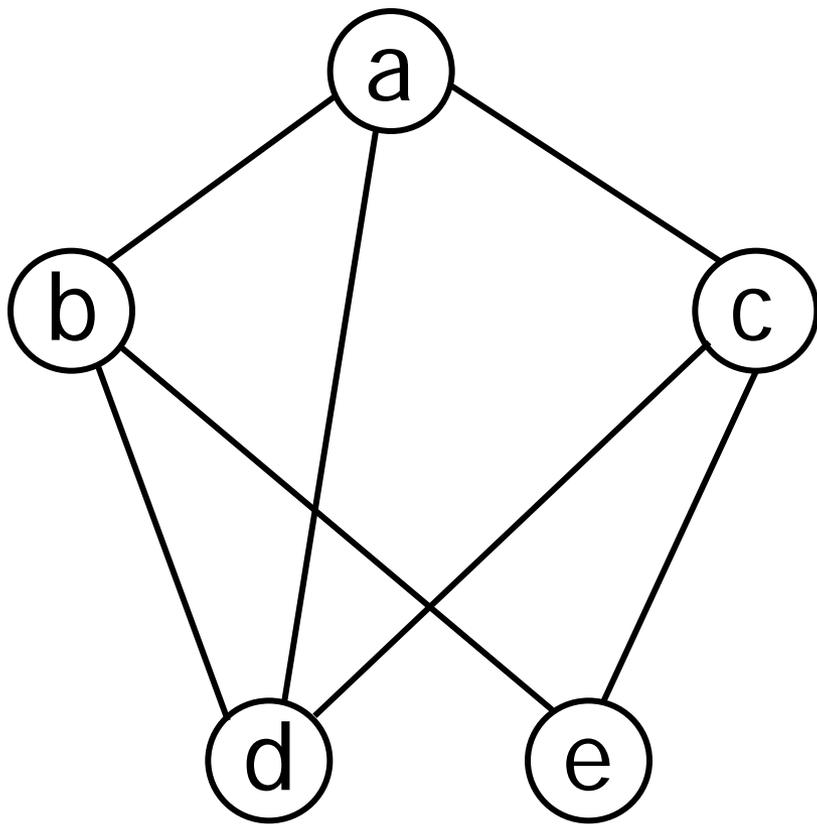
節点aの次数: 2
節点bの次数: 1
節点cの次数: 0
節点dの次数: 2
節点eの次数: 3

単純グラフの

次数, 径路, 小径, 順路, 閉路

- 次数: 節点に接続する辺の数(隣接節点の数)
 - 偶節点: 次数が偶数の節点
 - 奇節点: 次数が奇数の節点
 - 孤立点: 次数0の節点
- 径路: ある二つの節点を結ぶ節点と辺の列
 - 径路の長さ: 径路をなす辺の数
- 小径: 辺が重複しない径路
- 順路: 節点が重複しない径路
- 閉路: 両端が同じ節点で, それ以外は節点の重複がない径路

径路, 小径, 順路, 閉路の例 (51ページ)

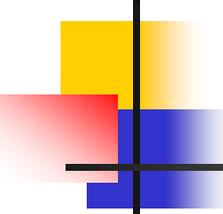


径路の例: **a-d-c-a-d**-b 長さ=5

小径の例: **a-b-e-c-a**-d 長さ=5

順路の例: a-d-c-e-b 長さ=4

閉路の例: **a-b-e-c-a** 長さ=4

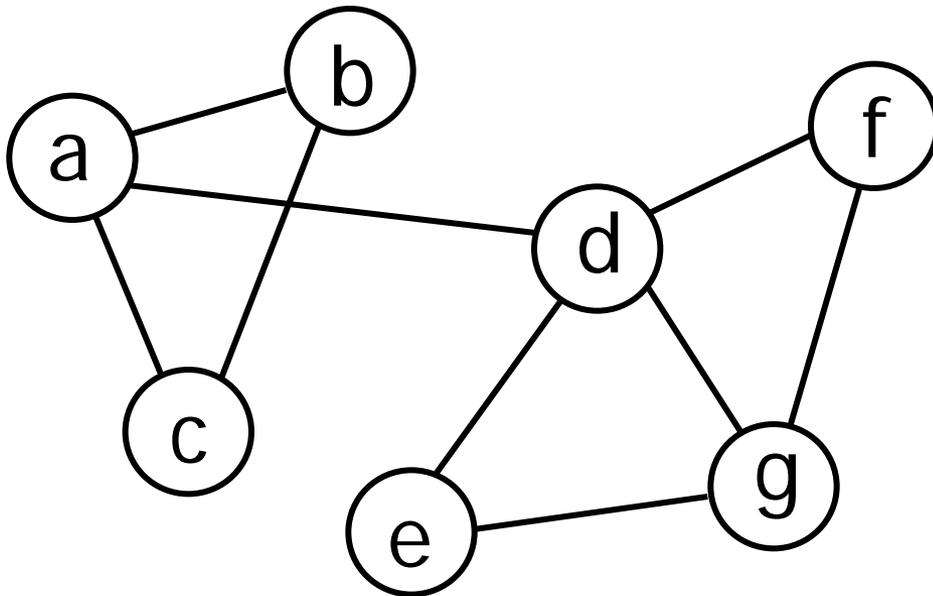


連結グラフ (51ページ)

- **連結グラフ**: 任意の二つの節点間に径路が存在するグラフ
- **2節点間の距離**: 二つの節点間の最短の順路の長さ
- **グラフの直径**: 連結グラフの任意の2点間の距離の最大値
- **切断点(カットポイント)**: ある節点とそれに連結する辺を除くと非連結になる節点
- **橋(ブリッジ)**: その辺を除くと非連結になる辺

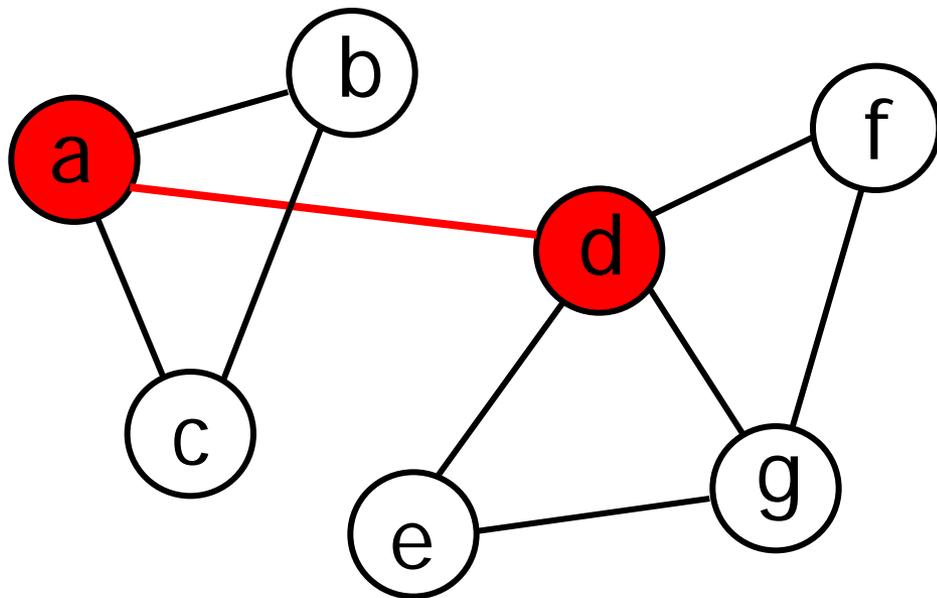
演習問題3.1

- 下に示す連結グラフについて
 - どこが切断点, 橋になるか示しなさい
 - グラフの直径の長さを答えなさい



演習問題3.1の解答

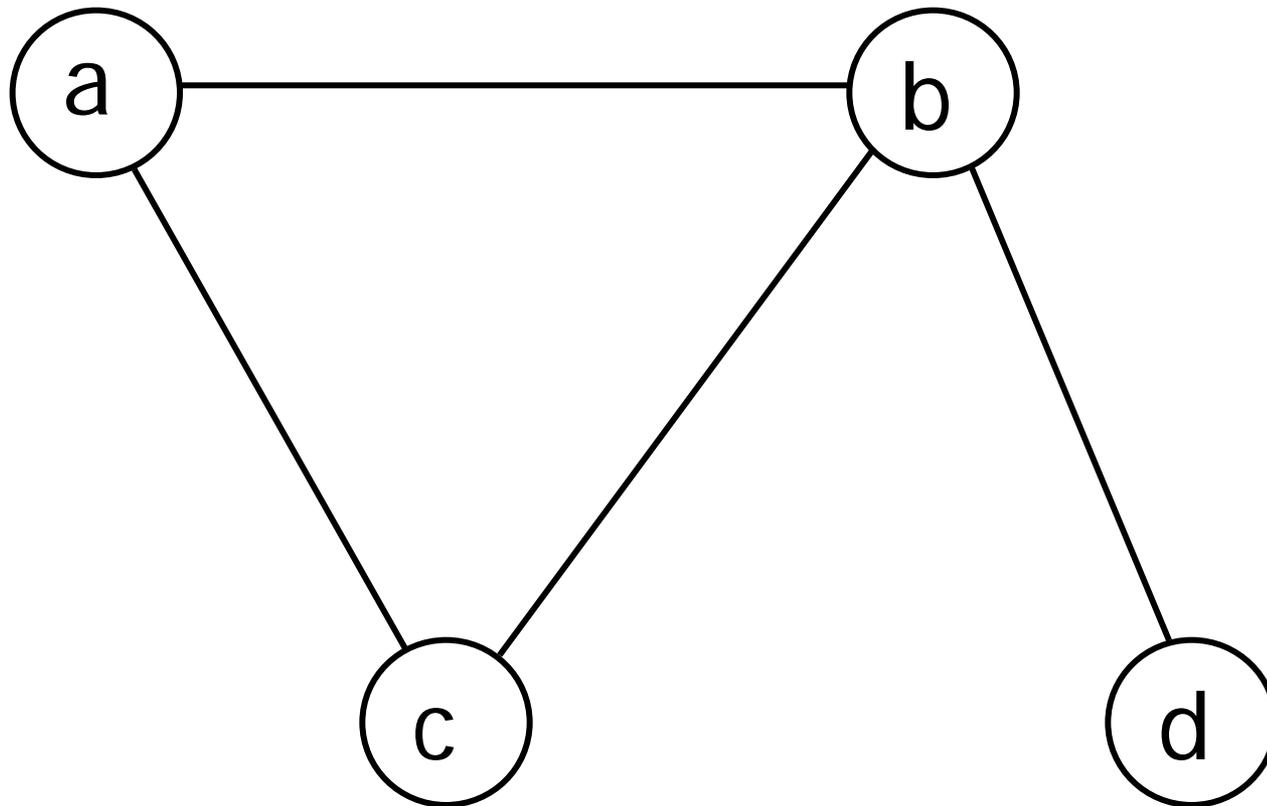
- 下に示す連結グラフについて
 - どこが切断点, 橋になるか示しなさい
 - そのグラフの直径の長さを答えなさい



切断点: ●
橋: —
直径の長さ: 3

グラフの表現の例 52ページ

(a) グラフ図表現



計算機にグラフの情報を格納する方法: (b), (c), (d)

グラフの表現の例 52ページ

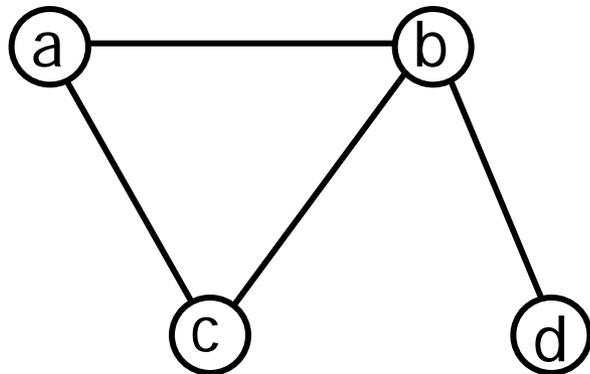
(b) 集合表現

$$V = \{a, b, c, d\}$$

節点の集合

$$E = \{(a, b), (a, c), (b, c), (b, d)\}$$

辺の集合



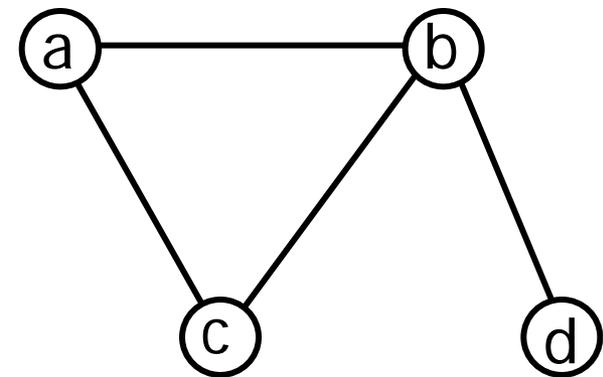
グラフの表現の例 52ページ

(c) 隣接行列表現

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

aとbが隣接

→a行b列:1, b行a列:1



グラフの表現の例 52ページ

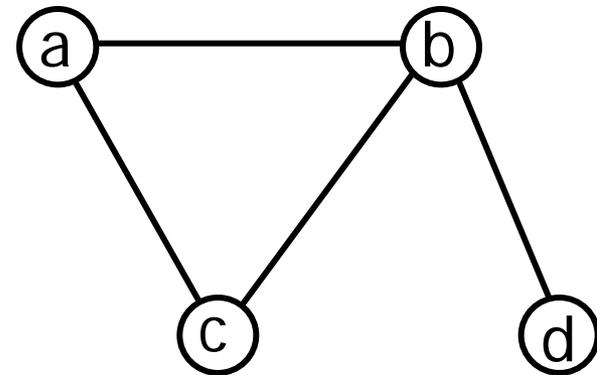
(d) 隣接リスト表現

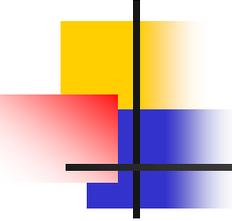
$((a, (b, c)),$ aはbとcに隣接している

$(b, (a, c, d)),$

$(c, (a, b)),$

$(d, (b)))$





今日のまとめ

2章 ■ BN(F)記法

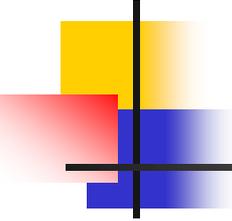
3章 ■ (離散)グラフ

■ 多重グラフ

■ 単純グラフ

■ 連結グラフ

■ (コンピュータで扱う場合の)グラフの表現



今日の宿題

- 例題2.68
- 演習問題4
- グラフの説明内の用語を覚える
- 集合表現 \Leftrightarrow 隣接行列 \Leftrightarrow 隣接リスト
 - 表現を変換し表示するプログラムを作る