算数科のつまずきを意識した授業づくり

教育学研究科 教育実践創成専攻 教科領域実践開発コース 初等教科教育分野　杉田　舜

1.　はじめに

小学校学習指導要領解説（平成 29 年告示）では, 数量や図形およびそれらの関係に着目し, 根拠に基づいて筋道立てて考え, 統合的・発展的に考察する「数学的な見方・考え方」を働かせながら学ぶことが重視されている。しかし実際の学習過程では，意味づけが十分に成立しないまま思考が停滞・混乱し, つまずきとして表れる場面も少なくない。そこで本研究では, 授業の中でつまずきがどのように表れるのかを明らかにするとともに，そのつまずきを踏まえた授業づくりの在り方を検討する。

2.　研究の背景・目的

中央教育審議会答申（平成 28 年 12 月 21 日）は，平成 20 年改訂学習指導要領の実施状況を踏まえ, 小学校段階の課題として「基準量・比較量・割合の関係の把握」や「図形の性質に基づく理解」が十分でない点を指摘している。これは, 数量や図形の性質を根拠として捉え，筋道立てて考えることが，児童にとって依然として難しさを伴うことを示している。

また同答申は，算数・数学を学ぶ意義を，問題解決の喜びを感得し，人生をより豊かに生きることに寄与するものとして述べている。この「喜び」は，解決が円滑に進むときだけでなく，思考が行き詰まり試行錯誤を重ねた末に理解が進展したときに得られると考えられる。金児（1981）も，つまずきを回避すべき障害としてではなく，努力によって乗り越えられるなら学習の価値を高める「適切なつまずき」と捉えている。

したがって, つまずきを単に「できなかったこと」として処理するのではなく, 児童が根拠に基づいて考え直し，理解を更新していく過程として位置付ける授業づくりが求められる。学習指導要領（平成 29 年告示）が示す算数科の目標（概念・性質の理解と技能，筋道立てた考察，数学のよさに気付き問題解決に向かう態度）を実現するうえでも，学習過程で生じるつまずきを把握し，学びにつなげる手立てを授業の中で保障することは不可欠である。

以上を踏まえ, 本研究の目的は, 問題解決の過程で生じるつまずきを明らかにし，数量や図形の性質を意味づけて理解することを通して，思考の停滞を乗り越えることを支える授業づくりへの示唆を得ることとする。

3.　本研究におけるつまずきの定義

本研究では，算数科における「つまずき」を，児童が既有の知識・技能・経験を用いて課題に取り組んでいるにもかかわらず，数学的な概念や関係を適切に捉えて問題解決に結び付けることができず，思考が停滞・混乱し，学習活動が円滑に進まなくなっている状態と定義する。

つまずきは先行研究でも多面的に論じられてきたが, 共通して重視されているのは, 誤答という結果そのものではなく，問題解決過程における思考の停滞として捉える視点である。金児（1981）は, つまずきを問題解決を試みる思考過程で障害に直面し停滞・混乱する状態として位置付け，学習の自然なプロセスの中で生じうるものとした。中村（2014）も，算数学習において何らかの障害により学習活動・問題解決過程が中断される状態として捉え，誤答の有無だけで判断せず，思考の過程に着目する必要性を指摘している。

さらに小松（1994）は，誤答を「単なる誤答」と，既有の知識に基づいて積極的に思考した結果として生じる「意味ある誤答」とに区別し，後者を学習者の思考の過程を捉える上で指導上価値のあるものとして位置付けた。また, つまずきを概念に関わるもの, 手続きに関わるもの, およ

び両者が相互に影響し合いながら混在するものとして整理し，理解のどの側面に困難が生じているかによって様相が異なることを示している（図 1）。

図 1　「概念」と「手続き」のモデル
小松(1994)をもとに筆者が作成

加えて長浜（2020）は,「意味ある誤答」の中に「生活経験に基づいて形成された誤概念」を含めて捉えることを提案し，誤答の背後にある認知的構造に目を向ける重要性を指摘している（図 2）。

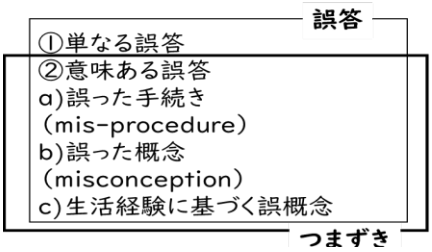

図 2　つまずきと誤答のモデル
長浜（2020）をもとに筆者が作成

以上を踏まえると, 算数科のつまずきは, 誤答という外面的な結果のみで判断するのではなく, 児童が既有の知識・技能・経験を動員する過程で, 概念や手続き，生活経験に基づく理解が十分に統合されないことによって生じる思考の停滞・混乱として捉える必要がある。

4.　研究の方法

対　　象：公立小学校第 5 学年 1 学級 31 名
対象単元：小学校算数科「図形の角」
授業実践：全 6 時間
三角形の内角の和：2 時間
四角形の内角の和：2 時間
五角形・六角形／多角形の一般化：2 時間

4-1　研究の位置付け

算数科におけるつまずきを広く捉える研究の一環として,「図形の角」単元を事例として分析するものである。

4-2　収集した資料

算数学習におけるつまずきを多面的に捉えるため，以下の資料を収集した。

・レディネステスト（単元前）
目　的：図形・角の既有知識・理解の把握
留意点：個別面談や思考過程の聞き取りは行わず，誤答理由は記述から把握した
・ワークシート（6 時間）・学習感想
目　的：図形・角に関する理解の把握
留意点：三角形の内角の和（2 時間）のみ主につまずきが見られたものを記録
・事後テスト（単元後）
目　的：単元を通した到達状況，つまずきの残存・変容の把握
留意点：個別面談や思考過程の聞き取りは行わず，誤答理由は記述から推測して分析
・補助資料
授業中・授業後に授業者が記録したメモ
（児童発言の録音はなし）

5.　授業実践（授業の概略）「図形の角」

単元は, 三角形の内角の和を基礎として, 四角形, 多角形へと対象を広げながら, 既習事項を用いて角の大きさやその和を捉える学習で構成した。各時では, 課題提示→自力解決→考えの共有→まとめの流れを基本とし，児童が図に対角線を加える作業や式･言葉による説明を通して, 数量や図形の関係を根拠に筋道立てて考えることを重視した。以下，表に示す（表 1）。

表１　単元「図形の角」（全６時間）の授業構成

小単元	時	ねらい	主な学習内容
三角形の角の和	1	三角定規や二等辺三角形の角の大きさを調べ，三角形の３つの角の大きさの和は 180°になることの見通しを立てられる。	・いろいろな二等辺三角形を基に，三角形の３つの角の大きさのきまりを調べる。 ・二等辺三角形では３つの角の大きさの和が 180°であることを確認し，他の三角形についての見通しを持つ。
	2	三角形の内角の和は 180°であることを理解し，計算で三角形の角の大きさを求めることができる。	・いろいろな三角形(一般三角形）の内角の和を考え，180°になることを確認する。 ・三角形の内角の和が 180°になることを活用して，三角形のいろいろな角度を計算で求める。
四角形の角の和	3	三角形の内角の和を基にして，四角形の内角の和の求め方を演繹的に考え，説明することができる。	・角度を測らないで，四角形の４つの角の大きさの和をもとめる方法を考える。 ・各自の考えた求め方（2 分割/3 分割/4 分割）について発表し，検討する。
	4		
多角形の角の和	5	多角形の内角の和について，三角形への分割に着目して規則性を見いだし，n 角形の内角の和を求める方法を一般化するとともに，具体的な多角形の内角の和を求めることができる。	五角形・六角形・多角形の定義を確認し，既習を用いて，五角形・六角形の内角の和の求め方を考える。
	6		三角形～七角形の内角の和を表に整理し，増え方の規則に気づき，一般化し，100 角形の内角の和を求める。

6.　分析の視点と結果

6-1　分析の視点

算数科におけるつまずきを，誤答という外面的な結果のみによって判断するのではなく，ワークシート・学習感想・事後テスト等に表れた誤答や記述を手がかりとして分析した。分析の枠組みは長浜(2020)の「意味ある誤答」に基づき，つまずきを「誤った概念」「誤った手続き」「生活経験に基づく誤概念」の三観点から整理した。なお小松（1994）が指摘する「概念と手続きが混在する状態」を踏まえ，本研究では，長浜（2020）における「概念」「手続き」「生活経験に基づく誤概念」も相互に影響し合い，混在した形で表れるものとして捉え，個々の事例を整理・解釈した。さらに，つまずきが問題解決過程のどの場面で生じるかを補助的に把握するために，中村(2014)が示す下位分類（例：操作，分類整理，焦点化，比較，読み書き，理解，記憶，文理解等）を必要に応じて参照した。

6-2 分析の結果

実践の結果から，つまずきは単発的な誤答ではなく，既習事項の意味理解，算数的作業の技能，日常的イメージが相互に作用して生じる過程的現象として位置づけられた。以下では授業の流れに沿って，児童の記述・行為を基に整理する。

6-2-1　三角形の内角の和（2 時間）

「三角形をかいてみよう」という問いに対し，二等辺三角形・正三角形・三角定規の形など特別な三角形のみをかく児童が多く見られた。促されても一般的な三角形に移れず，「かけない」「手が進まない」と述べる児童もいた。これは，三角形の定義である「三つの辺と三つの角をもつ多角形」という概念が，これまでの学習や日常での使用経験に強く結び付いた代表像として固定され，一般化を妨げている状態と考えられるため，本事例は生活経験に基づく概念的なつまずきと解釈する。

また，分度器による測定では，中心・基準線の合わせ方や目盛りの読み取りを誤るなど，操作手順の未定着に由来する手続き的なつまずきに

加え，背後にある「どの二辺の開きを図っているか」「角＝量（辺の開き）として捉えられない」という角の概念が不安定な状態とも考えられるため，本事例は概念と手続きが混在している状態に分類する（図 3）。

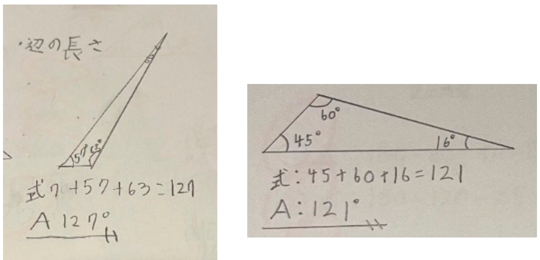

図 3　分度器による測定のつまずき

6-2-2　四角形の内角の和（2 時間）

四角形の内角の和の学習で見られたつまずきを主に 5 つ示す（表 2 参照）。

(1) 演繹的に考えることの停滞

四角形の内角の和を分度器で測ったり，それぞれの角を切って集めたりせずに求める方法を問う課題を設定した。この問いに対して，児童は四角形に対角線を引いて三角形に分けることを提案し，実際に図に線を引き，分割することはできた。しかし，「三角形の内角の和は 180°」という既習事項を四角形の内角の和を求める根拠として用い，それを四角形の 4 つの角に対応させて使うことができない様子が見られた。したがって，演繹的に考える過程で根拠と対象を対応付けられないという概念的つまずきと解釈できる。

(2) 分割後の角の関係を把握することの停滞

全体共有では，四角形に対角線を 1 本引いて 2 つの三角形に分けたあと，「四角形の内角 4 つ」と「得た 2 つの三角形の内角，合わせて 6 つ」の角の関係を整理できない児童がいた。これは，求める対象が「四角形の 4 つ角の大きさの和」であることを，分割後の図の中で正しく対応付けられていないと考えられるので，概念的なつまずきと解釈できる。

(3) 「余分な角」の扱い

分割を 3 分割・4 分割へ広げると，児童の中には，2 分割の立式（180×2＝360）を「三角形の数×180」という規則として一般化し，四角形の内角 4 つと分割で生じる角の対応を押さえないまま，3 分割で 540°，4 分割で 720° と立式する事例が見られた。分割数を増やすほど値が大きくなることに対して「すごくおかしい」「無限に増やせちゃう」といった反応もあった。また，「余分な角」について，どの角が余分か，なぜ引くのかを自分の言葉で説明できず，「最初はどこが余分なのか分からなかった」という記述が確認された。

一方で，「友達の『余分な角がある』で分かった」という記述も見られた。以上より，図中で「四角形の内角 4 つ」と「分割で生じた角」を対応付けられないまま部分的規則（三角形の数×180）を適用してしまう場面が見られ，対象化・対応付けができていない概念的つまずきと解釈できる。

(4) 図⇄式の対応の停滞

四角形に対角線を引いて三角形に分けることはできる一方で，「線を引くところまではできるが，式と説明で混乱した」「交わっているところ（余分な角）の考え方が難しかった」といった記述が見られた。ここでは，図中の角の関係（加える角・除く角の区別）を，立式の数値（足す／引く）へ対応付けて説明する過程で混乱しており，図の情報を式に対応させることや式を図の情報に対応させることができていないと考えられる。したがって，概念的なつまずきと手続き的つまずきが強く表れていると解釈できる。

(5) 設問文の誤読

設問回答の場面では，文中の「3 つ」「4 つ」を角の個数ではなく分割された三角形の数として読んでしまい，「三角形が 3 つだから 540°」「4 つだから 720°」と答える事例が見られた。これは数詞の指示対象の取り違えに関わるつまずきであり，手続き的つまずき（文理解）が強く表れていると解釈できる。

表２　観察された場面と解釈（抜粋）

観察された場面	つまずき	分類	学習を促した契機
「測らず切らずに求める方法は？」の課題提示後	対角線で分割はできるが，「なぜ分けるのか」「180°とどうつながるのか」が曖昧で，180×2＝360 の立式・説明に至らない（迷う／分からない）	概念	全体共有で「分割→180°を使う」方略が言語化されること（共有・板書）
全体共有で，対角線を1本引き，2 つの三角形に分けた後	「四角形の 4 つの角」と「三角形 2 つの角（計 6 個）」の関係を整理できず，どの角を足すかが不明確で説明が曖昧	概念	図上で「四角形の内角（4 つ）」に焦点を当てる提示（板書・指さし等の可視化）
3 分割・4 分割へ拡張する場面（不整合の顕在化）	「三角形の数×180」に固定し，540°／720°と立式。分割数増で値が増え続けることに「おかしい」「無限に増やせる」と反応するが，「余分な角（求めない角）」を見分けられず，なぜ引くかを説明できない	概念	友達の説明（「余分な角がある」）による気づき／全体共有で余分角の位置を確認（板書）
図を根拠に式で説明する場面（図⇄式対応）	補助線は引けるが，図中の角関係（加える角・除く角）を式の数値操作（加える／引く）へ対応付けて説明できず混乱する。	手続き＋概念	図と式の対応を可視化する支援（図上で対応箇所を示す・板書で対応関係を整理）
設問「四角形の 4 つの角の和は何度か」への回答場面（文理解）	文中の「3 つ」「4 つ」を角の個数ではなく三角形の数として読み，「三角形が 3 つだから 540°」「4 つだから 720°」と答える（数詞の取り違え）	手続き	設問文の「～の 4 つの角」を図と対応させて確認すること（読み取りの確認・共有）

6-2-3　多角形の内角の和の一般化（2 時間）

五角形の内角の和の学習で見られたつまずきを主に 3 つ示す。

(1) 作図や対角線を引く作業で生じた負担

五角形・六角形を扱う場面では，図形を正確に作図することや，分割のための対角線を適切に引く作業の段階で，混乱や停滞が見られた。学習感想にも，「六角形の書き方がむずかった」「分けるのがむずかった」といった記述が確認された。よって，この場面では，作図や対角線を引く作業に関わる手続き的つまずきが強く表れている。

なお，ワークシートには，複数の分割を試しながら余分な角に着目して考える児童が 2 名確認された。そのうち 1 名は，余分な角を見つけられず一時的に停滞したが，授業後に余分な角を見つけ，解決に至った。このような試行錯誤から停滞を乗り越えて解決に至る行動は，本研究における到達的行動として位置付けられる（図 4）。実際に，この児童の学習感想には，「たのしかった」と記されていた。

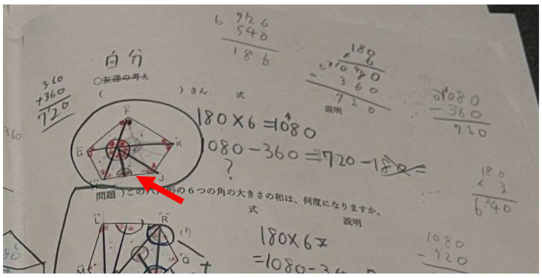

図４　五角形の分割の試行錯誤と余分な角の発見

(2) 一般化で見られたつまずき

100 角形へ適用する場面では，「なぜ 180×98 になるのか分からない」「180°を何個かければよいか分からない」といった記述が見られた。ここでは，「角の数−2」の意味（なぜ 2 を引くのか）が整理できず，式の根拠が不明確な状態が表れていると考えられる。よって，構造の意味づけができていないとして概念的なつまずきが強く表れていると解釈できる。

6-2-4　単元末テスト

本テストは，三角形・四角形・多角形の内角・外角に関する知識・技能に加え，思考・判断・表現を要する設問で構成されている。そのため，正誤だけでは捉えにくい理解の不確かさが，誤答や無回答として表れやすかった。

(1) 概念の選択・適用

同一児童の記述（図 5）をみると，三角形では「外角」を求める対象として正しく捉え，概念理解に基づいて解くことができている。すなわち，当該児童は外角の概念およびそれに基づく基本的手続き自体は習得していると考えられる。ところが四角形では，「外角」の概念および手続きを課題状況に応じて適用し，解決手順を組み立てることができず，思考が停滞していた。よって，本事例は概念の欠如というよりも，既習の概念を用いて処理を構成する段階でのつまずきであるため，手続き的つまずきと解釈できる。

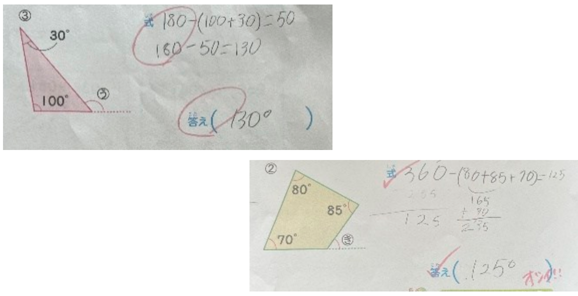

図 5　同一児童による外角の概念の適用

(2) 図形の性質

問題解決に必要な性質（例：二等辺三角形・平行四辺形の性質，三角定規の各角の大きさ）が十分に理解・定着していない様子が，誤答や無回答として確認された。したがって，本事例は適用すべき性質そのものの理解が不足していると考えられるため，概念的つまずきと解釈できる。

(3) 立式から得られた結果の検証

解決過程において概念の選択の誤りや計算ミスが生じるだけでなく，得られた数値が妥当かを検証しないまま受け入れてしまうつまずきが見られた（図 6）。この図 6 の設問で問われている角は，明らかに鋭角であるにもかかわらず，165°や 125°といった鈍角の値を答えとしてそのまま認めてしまっていることが分かる。よって，「図との照合」「鋭角・鈍角の見当づけ」などの検証をする手続きを解決過程に組み込めていないと考えられるため，手続き的つまずきと解釈できる。

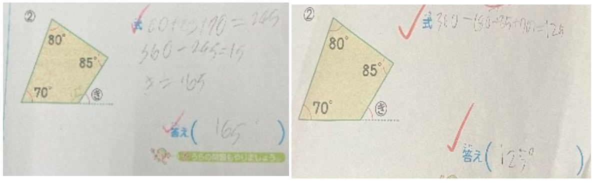

図 6　図形的見当と計算結果を照合しない

(4) 角の分解・構成

本事例は，図中の丸で囲まれた角を 90°として固定的に扱う誤答である（図 7）。90°を全体，30°を部分として捉えて角を量として分解・再構成する概念が十分に成立していないことに加え，直角 90°を「完成された角・形」とみなす生活経験に基づく固定化も影響している可能性がある。よって，概念と生活経験が混在するつまずきと解釈できる。

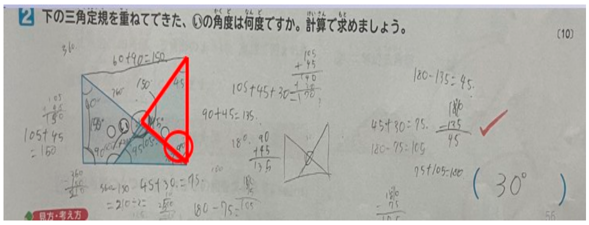

図 7　角 90°を固定的に扱う誤答

6-2-5　分析結果のまとめ

分析結果をまとめると，図 8 のようになる。

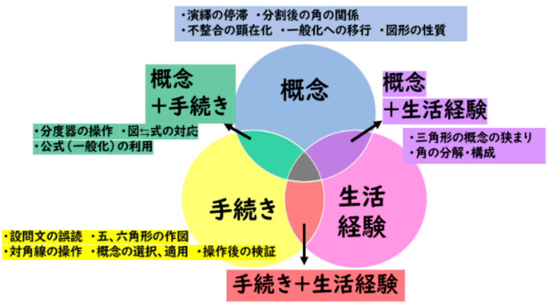

図 8　分析結果をまとめたつまずきのマップ

7. 考察

本研究の結果をまとめると，つまずきは「概念」「手続き」「生活経験」がそれぞれ別々に起こるというより，単元内の特定の場面で互いに影響し合いながら表れていた。

第一に，本研究の範囲では，生活経験が単独でつまずきを生む事例は確認されなかった。また，「手続き＋生活経験」のように，生活経験が手続きの失敗に直接結びつく事例も見られなかった。したがって生活経験は，手続きのミスを直接引き起こすというより，概念をどう理解し，どう当てはめるかの適用のしかたに偏りを生む形で表れやすい可能性が示唆される。

第二に，概念のつまずきは，概念そのものを知らない・覚えていないよりも，既習の概念を根拠として用いて結論を導く場面（演繹）や，見いだした規則を式としてまとめる場面（一般化）で目立った。具体的には，「何を根拠にして，何を求めるのか」「どの角を足すのか」といった対象の特定や意味づけが十分でないまま，立式や説明が止まってしまう様子が確認され，「知らない」より「使えない」場面で表れていた。

第三に，手続きのつまずきは，設問文の誤読や立式から得られた結果の検証不足だけでなく，そもそも，どの概念を使うか（概念の選択），どの作業を行うか（方略・作業の選択）にも及んでいた。つまり本研究における手続き的つまずきは，単なる技能不足というより，「対象を把握する→方略を選ぶ→作業する→結果を確かめる」という問題解決過程全体の進め方が安定しないこととして表れていた。

最後に，概念と手続きが同時に求められる「概念＋手続き」の場面は，つまずきが 3 点（分度器の操作，図⇄式の対応，公式（一般化）の利用）に絞られた。これらは，いずれも技能不足や理解不足のどちらか一方では説明しきれず，「どの対象を扱うのか」「図のどの情報を根拠として式に表すのか」「既習事項をどの条件で適用するのか」といった概念が伴わないまま手続きを進めてしまうときに停滞として表れていた。

8. つまずきを意識した授業づくりへの示唆

考察を踏まえると，本単元の授業づくりに関して，少なくとも次の示唆が得られる。

示唆 1 : 演繹（根拠→対象）を最初に整理し，活動で固定する

演繹的に考えるための枠組み（「何を根拠として，何を求めるか」）を学習の早い段階で整理し，活動として定着させることである。四角形の内角の和を求める場面では，「三角形の内角の和＝180°」を根拠として用いるはずであるにもかかわらず，「なぜ三角形に分けるのか」が不明確なまま立式・説明が停滞する事例が見られた。そこで本提案は，四角形の内角の和を求める際，根拠（既習）と対象（求める量）を明確に区別し，両者を結び付ける思考の手順を固定する活動を位置付ける。具体的には，「①対象の特定，②根拠の確認，③根拠を使える形への変換（例 : 四角形を三角形に分割する）」という流れを，図を用いて繰り返し扱う。さらに，対象と根拠を別の色で色分けして可視化することで，「四角形を三角形に分けるのは，三角形の内角の和である 180°を根拠として用いるため」という関係を児童が視覚的に捉えやすくし，四角形の内角の和における停滞の軽減を図る。

示唆 2 :「対象の明確化→対応付け→検証」を一連の手段として定型化

毎時間の問題解決の進め方を「対象の明確化→対応付け→検証」という一連の手順として定型化することである。ねらいは，概念と手続きが同時に必要になる場面（概念＋手続きの交差点）で生じやすい停滞を減らす点にある。本単元では，「図⇄式」の対応が解法技能として処理されがちであり，どの角を求め，どの角を足し，その数値が式のどこに対応するのかが曖昧なまま手続きが進む事例が見られた。そこで，解法手順を提示するのではなく，対応関係そのものを扱う活動として設計する。

具体的には，次の三段階を共通手順として位置付ける。

① 対象の明確化：測る角・求める角・足す角を図中に印を付して確定する。
② 対応付け：図の印で特定した角の数値が，式のどの項に当たるのかを言語化し，必要に応じて色分け等で対応を可視化する。
③ 検証：最後に，見当づけ（鋭角／鈍角／だいたいの大きさ）や全体の角の和との照合によって，計算結果の妥当性を確認する。

例えば図と式の対応を扱う場面では，対象を色で明確化した上で，図中の角と式中の数値を対応させ，最終段階で全体の角の和，あるいは一つの角の大きさの見当づけと計算結果を照合する活動を取り入れる。これにより，対象の取り違えや対応の曖昧さ，検証の欠如による誤答を抑え，説明可能な解決過程の形成を支えることが期待されると考える。

示唆3：手続きは「入口・途中・出口」の3点で支える

手続き的つまずきへの支援として，問題解決過程を「思考の進め方」と捉え，入口・途中・出口の三点で系統的に支える。支援は単発ではなく，「入口→途中→出口」という解く流れに沿って設計する。入口の設問文の理解では，求めるものに下線や条件に丸，図に同一印を付すなどして問題の焦点を固定する。次に，途中では，「どの角？」「何個分？」「根拠は何？」といったチェックポイントを設け，ズレが生じた段階で立ち止まって確認する。最後に，出口の検証では，鋭角・鈍角の見当づけや全体の角の和との照合により，結果を確かめる検証手続きを習慣化する。

9.　課題と今後の展望

本研究の課題として，1学級・1単元の分析であり，一般化には限界がある点が挙げられる。また，観察・記述資料中心のため，児童の思考過程を直接捉えるデータが十分ではない。加えて，導出した支援の示唆は提案段階にとどまり，授業介入としての効果検証が今後の課題である。

今後の展望として，学級・学年を広げて同様の分析を行い，停滞が生じやすい場面（根拠の位置付け／対象の確定／図⇄式⇄説明／検証）が再現するかを検討する必要がある。併せて，可視化や対応付け活動，検証の定型化等を授業に組み込み，事前・事後比較や発話記録等も用いて効果と作用点を明確化していく。

10.　まとめ

三観点を軸に分類して整理した結果，つまずきは知識の欠如というよりも，根拠・対象・対応・検証の接続が十分に統合されないこととして共通化して捉えられた。また，単元「図形の角」では，角の知識そのものよりも，根拠を選択して対象に適用し，その過程を説明し妥当化する段階で思考が停滞しやすいことが明らかになった。以上より，単元を通して「対象の明確化→対応付け→検証」という進め方を定型化する支援が有効である可能性が示唆された。

11.　参考・引用文献

・中村好則(2014)，「算数学習におけるつまずきと支援の分析」，『数学教育学会誌』，55巻，3-4号，pp. 109-118.
・長浜朝子(2020)，「算数科における児童のつまずきの背景に着目した授業改善－「内包量（速さ）の単元」 を通して－」，『琉球大学大学院教育学研究科高度教職実践専攻年次報告書』，pp. 89-96.
・金児賢治(1981)，『算数のつまずきとその指導』，東京書籍.
・小松幸代，(1994)，「概念・手続きにおける『つまずき』に関する一考察:procept な見解に基づく新たな誤答分析の手法を目指して」『第27回数学教育論文発表会論文集』，pp.　132-134.
・文部科学省(2017)，『小学校学習指導要領解説（平成29年告示）算数編』.
・中央教育審議会（2016），『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）（中教審第197号)』.