

微分積分学 I 期末試験問題 (2021年 8月)

氏名

学籍番号

1. 次の不定積分を求めよ. ((1), (2) 6点, (3)~(5) 7点, (6) 9点)

$$(1) \int \left(\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{\cos^2 x} + 2^x \right) dx$$

$$(2) \int \frac{1}{\sqrt{9-16x^2}} dx$$

$$(3) \int x^2 \cos x dx$$

$$(4) \int e^{\sqrt{x}} dx$$

$$(5) \int \frac{x}{x^2 - 2x + 2} dx$$

(6) $\int \frac{4}{(x-1)^2(x^2+1)} dx$

2. 定積分 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x \cos x}{1 + \cos^2 x} dx$ を $t = \sin x$ と置換することで t に関する定積分の式で表せ.
ただし定積分の値は求めなくて良い。(7点)



3. 定積分 $\int_0^{\sqrt{3}} 2x \tan^{-1} x dx$ の値を求めよ。(8点)



4. $t = \tan \frac{x}{2}$ と置換することにより, 不定積分 $\int \frac{1}{\sin x - 3 \cos x - 3} dx$ を求めよ.
(7点)



5. 広義積分 $\int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$ の値を求めよ.(8点)



6. 曲線 $y = -\sqrt{x}$ と直線 $y = x - 2$ および y 軸で囲まれた図形を D とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) D の面積 S を求めよ.(8点)



- (2) D を x 軸のまわりに1回転してできる立体を, x 軸に垂直な平面で切ったときの断面積 $T(x)$ を求めよ. また, その立体の体積 V を求めよ. (8点)

7. 関数 $y = \log(x^2 + 1)$ の増減表を作り, 極大値および極小値, 変曲点を調べ, この関数のグラフの概形を描け. (12点)

