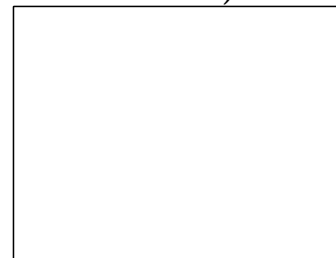


微分積分学Ⅰ 期末試験問題 (2022年 7月)

氏名

学籍番号



1. 次の不定積分を求めよ. ((1) – (3) 5点, (4) 8点 (5) 8点)



(1) $\int (x^3 - \sqrt{x}) \, dx$

(2) $\int \frac{1}{\sqrt{9 - x^2}} \, dx$

(3) $\int x \cos x \, dx$

(4) $\int (\sin x) \log |\cos x| \, dx$

(5) $\int \sin^{-1} x \, dx$

2. 次の有理関数の不定積分を求めよ. ((1) 5点 (2) 8点)

(1) $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 10} dx$

(2) $\int \frac{x^2 + x + 4}{(x + 1)(x^2 + 1)} dx$

3. 定積分 $\int_0^1 \log(1 + x) dx$ の値を求めよ. (8点)

4. 定積分 $I = \int_0^{\frac{1}{4}} \sqrt{1-4x^2} dx$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $2x = \sin u$ と置換して, I を u に関する定積分の式で表せ. (6点)

(2) I の値を求めよ. (6点)

5. 曲線 $y = \frac{1}{x}$ と3直線 $x = 1, x = 3, y = 0$ で囲まれた図形を D とする.

(1) D の面積 S を求めよ. (4点)

(2) D を x 軸周りに一回転してできる立体の体積 V_1 を求めよ. (4点)

(3) D を y 軸周りに一回転してできる立体の体積 V_2 を与える定積分の式を立式せよ.
 V_2 の値は求めなくて良い. (4点)

6. 広義積分 $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$ の値を求めよ. (6 点)

7. $f(x) = e^x \int_0^x g(t) dt$ とする. $f'(x)$ を $f(x)$ と $g(x)$ を用いて表せ. (4 点)

8. 関数 $f(x) = x e^x$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ の増減表を作り, 極大値および極小値, 変曲点を答えよ. (8 点)

- (2) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x e^x$ を計算し, $y = f(x)$ のグラフの概形を描け. (6 点)