

微分積分学 I 中間試験問題 (2021年 6月)

氏名

学籍番号

1. 次の極限を求めよ. ((1) 4点, (2) 5点)

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x - 2^x}{3^x + 4^{x+1}}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{\log x}$$

2. 次の関数 $f(x)$ が $x = 0$ において連続であるかどうかを判断し, 理由とともに答えよ. (6点)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{x^2 + x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$$

3. 次の逆三角関数の値を括弧に入れよ. (各3点)

$$(1) \sin^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = (\quad) \quad (2) \tan^{-1}(1) = (\quad)$$

4. 次の関数の導関数を求めよ. (各5点)



(1) $y = \frac{1}{x^2} + \log(2x) + 1$

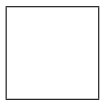
(2) $y = \frac{\cos x}{x}$

(3) $y = \sin^3(e^x)$

(4) $y = x \tan^{-1}(x^2) \quad (x > 0)$

(5) $y = x^{x+1} \quad (x > 0)$

5. $a \neq 0$ とする. ロピタルの定理を用いて, 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}(ax)}{x}$ を求めよ. (6点)



6. パラメータ表示された関数 $\begin{cases} x = e^t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases} \quad (t > 0)$ の導関数 $\frac{dy}{dx}$ を t の式で表せ.

(5点)

7. 関数 $y = \log(2 + x^2)$ ($x > 0$) の逆関数および、その定義域と値域を求めよ。(6点)

8. 関数 $f(x) = \sqrt{3 + x^2}$ について、次の問いに答えよ.
(1) $f(x)$ の2次までの導関数をすべて求めよ。(6点)

- (2) $y = f(x)$ 上の点 $(1, 2)$ における接線の方程式を求めよ。(5点)

- (3) $f(x)$ の $x = 1$ におけるテイラー展開を2次の項まで求めよ。(4点)

9. 次の関数のマクローリン展開を指定の項まで求めよ. ((1) 5点, (2) (3) 7点)

(1) $f(x) = e^x$ (x^4 の項まで. 計算は書かなくても良い.)

(2) $f(x) = e^{2x} \sin x$ (x^3 の項まで.)

(3) $f(x) = \log(1 + x^3)$ (x^6 の項まで. $|x| < 1$ とする.)

10. $f(x) = xe^{-x}$ の n 次導関数を求めよ. (5点)