

微分積分学 I 中間試験問題 (2022年 6月)

氏名

学籍番号

1. 次の極限を求めよ. (各4点)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2x}$

2. 次の関数 $f(x)$ が $x=0$ において連続であるかどうかを判断し, 理由とともに答えよ. (5点)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

3. 次の逆三角関数の値を括弧に入れよ. (各3点)

(1) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = (\quad)$ (2) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = (\quad)$

4. 次の関数の導関数を求めよ. ((1), (2) 5 点, (3), (4), (5) 6 点)

(1) $y = \log(e^x + 2)$



(2) $y = \frac{\sin x}{x}$

(3) $y = \cos^3(\log x)$

(4) $y = x^3 \sin^{-1} x$

(5) $y = (x + 1)^{\sin x}$

5. ロピタルの定理を用いて, 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ を求めよ. (6 点)



6. パラメータ表示された関数 $\begin{cases} x = e^{2t} \\ y = 2t - \frac{2}{t} \end{cases}$ の導関数 $\frac{dy}{dx}$ を t の式で表せ. (5点)

7. 関数 $y = \sin^{-1}(x - 1)$ ($0 \leq x \leq 2$) の逆関数および、その定義域と値域を求めよ. (6点)

8. 関数 $f(x) = e^{x^2+1}$ について、次の問いに答えよ.
(1) $f(x)$ の2次までの導関数をすべて求めよ. (5点)

- (2) $y = f(x)$ 上の点 $(1, e^2)$ における接線の方程式を求めよ. (5点)

- (3) $f(x)$ の $x = 1$ におけるテイラー展開を2次の項まで求めよ. (4点)

9. 次の関数のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ. ((1), (2) 6 点, (3) 4 点)



(1) $f(x) = e^{2x}$

(2) $f(x) = \sqrt{1-x}$

(3) $f(x) = x\sqrt{1-x}$

10. $f(x) = x^2 e^{3x}$ の n 次導関数を求めよ. ただし, $n \geq 2$ とする. (6 点)

