

微分積分学 I 中間試験問題 (2023 年 6 月)

氏名 _____

学籍番号 _____

1. 次の極限を求めよ. ((1) 4 点 (2) 5 点)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{3x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cos x}{e^x}$$

2. 次の関数 $f(x)$ が $x = 2$ において連続であるかどうかを判断し, 理由とともに答えよ. (5 点)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} & (x \neq 2) \\ 3 & (x = 2) \end{cases}$$

3. 次の逆三角関数の値を括弧に入れよ. (各 4 点)

$$(1) \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\quad \right) \quad (2) \tan^{-1}(-1) = \left(\quad \right)$$

注) $\sin^{-1} x, \cos^{-1} x, \tan^{-1} x$ はそれぞれ $\arcsin x, \arccos x, \arctan x$ と表すこともある.

4. 次の関数の導関数を求めよ. ((1) (2) 5点 (3) (4) (5) 6点)

(1) $y = \sin(x^2 + 5)$



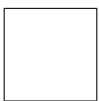
(2) $y = (\log x)^2$

(3) $y = e^x \sin^{-1} x$

(4) $y = \frac{\tan^{-1} x}{x}$

(5) $y = (x + 1)^x \quad (x > 0)$

5. パラメータ表示された関数 $\begin{cases} x = 6t + e^{2t} \\ y = t^2 + 1 \end{cases}$ の導関数 $\frac{dy}{dx}$ を t の式で表せ. (5点)



6. 関数 $y = \sin(2x)$ ($-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$) の逆関数および、その定義域と値域を求めよ. (6点)



7. 関数 $f(x) = \frac{4}{\sqrt{2-x}}$ について、次の問いに答えよ.

- (1) $f(x)$ の 2 次までの導関数をすべて求めよ. (4点)



- (2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, 4)$ における接線の方程式を求めよ. (4点)

- (3) $f(x)$ の $x = 1$ におけるテイラー展開を 2 次の項まで求めよ. (6点)

8. 次の関数のマクローリン展開を指定の項まで求めよ. ((1) (2) 6点 (3) 4点)

(1) $f(x) = e^{3x}$ (x^3 の項まで)

(2) $f(x) = \cos x$ (x^4 の項まで)

(3) $f(x) = \cos(x^2)$ (x^8 の項まで)

9. 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x^4}$ をロピタルの定理を用いて求めよ. (6点)

10. ライプニッツの定理を用いて, 関数 $f(x) = x^2 e^x$ の n 次導関数を求めよ. (5点)
ただし, $n \geq 2$ とする