

学籍番号 _____

氏名 _____

1. 次の極限を求めよ. (各 3 点)

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

答 _____

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

答 _____

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{3x}$

答 _____

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$

答 _____

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$

答 _____

2. 次の逆三角関数の値を括弧の中に答えよ. (各 3 点)

(1) $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\quad \right)$ (2) $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\quad \right)$ (3) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) = \left(\quad \right)$

3. 関数 $y = -x^2 + 2x + 1$ ($x \geq 1$) の逆関数, および, その定義域と値域を求めよ. (9 点)

答 逆関数:

定義域:

値域:

4. 次の関数の導関数を求めよ (答のみでもよい) . (各3点)

(1) $y = (x^2 + 1)^{100}$

答

(2) $y = x \log |x + 1|$

答

(3) $y = \frac{\sin x}{x}$

答

(4) $y = \tan x$

答

(5) $y = x^{\sqrt{3}}$

答

(6) $y = \sin^{-1} x$

答

(7) $y = \cos^{-1}(2x)$

答

(8) $y = \tan^{-1}(3x)$

答

(9) $y = x^{\cos x} \ (x > 0)$

答

5. ロピタルの定理を用いて, 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{e^{2x}}$ を求めよ. (3点)

答

(以下, 余白)

6. 次の問いに答えよ (答のみでもよい) . (各3点)

(1) $f(x) = x + 1$ のマクローリン展開を3次の項まで求めよ.

答

(2) $f(x) = e^x$ のマクローリン展開を3次の項まで求めよ.

答

(3) $f(x) = e^{x^2}$ のマクローリン展開を6次の項まで求めよ.

答

(4) $f(x) = (x + 1)e^{x^2}$ のマクローリン展開を5次の項まで求めよ.

答

7. 次の問いに答えよ (答のみでもよい) . (各3点)

(1) $f(x) = \sin x$ のマクローリン展開を5次の項まで求めよ.

答

(2) $f(x) = \cos(2x)$ のマクローリン展開を4次の項まで求めよ.

答

(3) $f(x) = \log(1 + x)$ ($-1 < x \leq 1$) のマクローリン展開を3次の項まで求めよ.

答

8. 関数 $f(x) = 2\sqrt{x-1}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(x)$ の 2 次までの導関数をすべて求めよ. (6 点)

答

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(2, 2)$ における接線の方程式を求めよ. (3 点)

答

(3) $f(x)$ の $x = 2$ におけるテイラー展開を 2 次の項まで求めよ. (3 点)

答

9. 関数 $f(x) = e^x$ について, マクローリンの定理における剰余項が $n \rightarrow \infty$ のとき 0 に収束することを示せ. ただし, 任意の実数 a に対し $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0$ が成り立つことを用いてよい. (4 点)

(以下, 余白)