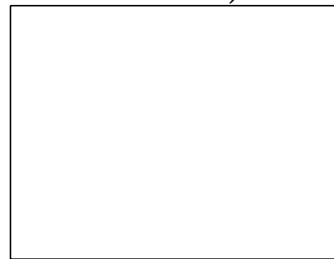


微分積分学 II 期末試験問題 (2022年 2月)

氏名

学籍番号



1. $x(s, t) = s^2 - st$, $y(s, t) = st + t$ のヤコビアン $J(s, t) = \frac{\partial(x, y)}{\partial(s, t)}$ を求めよ. (5点)



2. 2重積分 $I = \iint_D f(x, y) dx dy$, $D = \{(x, y) | x^2 \leq y \leq 1\}$ について, 次の問いに答えよ.



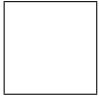
(1) xy 平面上の領域 D を図示せよ. (4点)

(2) I を2通りの累次積分で表せ. (8点)

3. 2変数関数 $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$ の極値があれば極値を与える点の座標と極大値および極小値を求めよ. (10点)



4. 次の累次積分および2重積分の値を求めよ。(各6点)



(1) $\int_1^2 \left(\int_0^3 (xy - y^2) dx \right) dy$

(2) $\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy, D = \{(x, y) \mid 1 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq \sqrt{y}\}$

(3) $\iint_D \frac{1}{(x+y+3)^2} dx dy, D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, x-1 \leq y \leq -x+1\}$

5. 累次積分 $I = \int_0^1 \left(\int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 f(x, y) dy \right) dx$ について次の問いに答えよ.

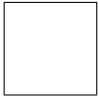


- (1) xy 平面上の領域 D を定めて図示し, 累次積分 I を D 上の2重積分として表せ.
(4点)

- (2) 累次積分 I の積分順序を交換せよ。(6点)

6. 次の2重積分の値を変数変換を用いて求めよ。(10点)

$$\iint_D x \, dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid -1 \leq x + y \leq 2, 0 \leq x - y \leq 3\}$$



7. 次の2重積分の値を変数変換を用いて求めよ。(10点)

$$\iint_D \frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0, y \geq -x\}$$



-

(2) 放物柱面 $z = 1 - y^2$ が楕円柱面 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ によって切り取られる部分の表面積 S は次の 2 重積分によって表される.

9. 条件 $\varphi(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$ のもとで関数 $f(x, y) = 3x^2 + 2y$ の最大値と最小値を求める. 以下の下線に当てはまる数式または数値を答えよ.

(1) $\varphi(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$ のもとで $f(x, y)$ の条件付き極値を与える点を (a, b) とする. このとき $(\varphi_x(a, b), \varphi_y(a, b)) \neq (0, 0)$ であるから, ラグランジュの未定乗数法より a, b および未定乗数 λ に対して次の 3 式が成り立つ.

③

- 最大值：

最小值：

計算過程（採点対象）