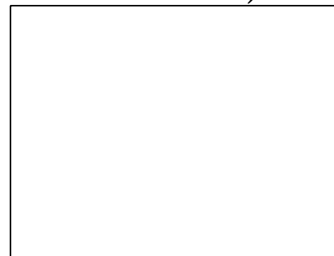


微分積分学 II 中間試験問題 (2022年 11月)

氏名

学籍番号



1. 次の関数 $f(x, y)$ の偏導関数 $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$ を求めよ. (各 4 点)

(1) $f(x, y) = x^y \ (x > 0)$



(2) $f(x, y) = \frac{x + y}{2x + 3y}$

(3) $f(x, y) = \tan^{-1} \frac{y}{x}$

2. $f(x, y) = x^2 + y^2$, $x(t) = t - \sin t$, $y(t) = 1 - \cos t$ とする. 合成関数の微分法を用いて, $z(t) = f(x(t), y(t))$ の導関数 $z'(t)$ を求めよ. (6 点)



3. $f(x, y) = x^2 - y^2$, $x(r, \theta) = r \cos \theta$, $y(r, \theta) = r \sin \theta$ とする. 合成関数の微分法を用いて, $z(r, \theta) = f(x(r, \theta), y(r, \theta))$ の θ に関する偏導関数 $z_\theta(r, \theta)$ を求めよ. (6 点)



4. 関数 $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ と $z = f(x, y)$ 上の点 $P(1, 2, f(1, 2))$ について以下の問いに答えよ. ((1)8点(2)4点(3)4点)



(1) xy 平面上の点 (x, y) における全微分, 点 $(1, 2)$ における全微分を求めよ.

(2) 点 P における接平面の方程式を求めよ.

(3) 点 P における yz 平面と平行な接線 (点 P を通り平面 $x = 1$ 上にある接線) の方程式を求めよ.

5. 次の関数のマクローリン展開を指定された次数の項まで求めよ. 剰余項は不要とする.
((1)4点(2)6点)



(1) $f(x, y) = \log(1 + x^2 + y^2)$ [4次まで, ヒント: $g(t) = \log(1 + t) = t - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 - \dots$]

(2) $f(x, y) = \frac{1}{1 - x + y^2}$ [3次まで, ヒント: $g(t) = \frac{1}{1 - t} = 1 + t + t^2 + t^3 + t^4 + \dots$]

6. 関数 $f(x, y) = x^4 e^{-y}$ について次の問いに答えよ. ((1) 6 点 (2) 10 点 (3) 4 点)

(1) $f(x, y)$ の 2 次までの偏導関数をすべて求めよ.



(2) $f(x, y)$ の点 $(1, 2)$ についてのテイラー展開を 2 次の項まで求めよ. 剰余項は不要とする.

(3) $f_{xxyy}(1, 2)$ を求めよ. また, テイラー展開における $(x - 1)^2(y - 2)^2$ の係数を求めよ.

7. 次の極限值が存在するかどうかを調べ, 存在する場合は極限值を求めよ. (各 5 点)

(1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$



$$(2) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

8. 次の関数 $f(x, y)$ が原点において連続であるかどうかを判断し理由と共に答えよ. (6 点)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{x^2 y^2} - 1}{xy} & (xy \neq 0) \\ 1 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$



9. $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + y^2$ とする. 次の問いに答えよ. ((1)4 点 (2)10 点)

- (1) 偏導関数 $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$ を求めよ. また, xy 平面上の $A(-1, 2)$, $B(0, 0)$ における関数値と偏微分係数を求めて表を埋めよ.

$$f_x(x, y) =$$

$$f_y(x, y) =$$

A(-1,2)	$f(-1, 2) =$	$f_x(-1, 2) =$	$f_y(-1, 2) =$
B(0,0)	$f(0, 0) =$	$f_x(0, 0) =$	$f_y(0, 0) =$

- (2) A, B の 2 点それぞれにおいて, 陰関数定理を用いて, $f(x, y) = 0$ で定まる陰関数の存在をいえるか, 理由と共に答えよ. また, 陰関数の存在がいえる点では, 接線の方程式を求めよ.

