

学籍番号

氏名

1. 次の関数 $f(x, y)$ の偏導関数 $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$ を求めよ. (各 4 点)

(1) $f(x, y) = xy^2(2x - y)$

答

(2) $f(x, y) = \sin(x) \cdot \cos(y)$

答

(3) $f(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$

答

(4) $f(x, y) = 1 + \frac{\cos(2y)}{\sqrt{x}}$

答

(5) $f(x, y) = \sin^{-1}(x^2y^3)$

答

2. 関数 $f(x, y) = \log(x^2 - xy + 2y^2)$ の全微分 df を求めよ. (6 点)

答

- ☐ 3. 関数 $f(x, y) = \sin(\pi(x + y^2))$ と $z = f(x, y)$ 上の点 $P\left(0, \frac{1}{2}, f\left(0, \frac{1}{2}\right)\right)$ について以下の問いに答えよ.
((1) 6 点 (2) 5 点)

(1) 点 P における接平面の方程式を求めよ.

答

(2) 点 P における yz 平面と平行な接線の方程式を求めよ.

答

- ☐ 4. $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$, $x(t) = 2t$, $y(t) = 1 - t^2$ とする. 合成関数の微分法を用いて,
 $z(t) = f(x(t), y(t))$ の導関数 $z'(t)$ を求めよ. (5 点)

答

- ☐ 5. $f(x, y) = e^{x-2y}$, $x(s, t) = s^2 + t^2$, $y(s, t) = st$ とする. 合成関数の微分法を用いて,
 $z(s, t) = f(x(s, t), y(s, t))$ の s に関する偏導関数 $z_s(s, t)$ を求めよ. (5 点)

答

☐ 6. 次の極限值が存在するかどうかを調べ, 存在する場合は極限值を求めよ. (各 5 点)

(1) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$

答

(2) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y^2}{(x^2 + y^2)^2}$

答

☐ 7. 関数 $f(x, y) = \sin(xy)$ について, 次の問いに答えよ.

(1) $f(x, y)$ の 2 次までの偏導関数をすべて求めよ. (6 点)

答

(2) $f(x, y)$ のマクローリン展開を 2 次の項まで求めよ. ただし, 剰余項は不要とする. (5 点)

答

(3) $f(x, y)$ の $(\frac{\pi}{2}, 1)$ におけるテイラー展開を 2 次の項まで求めよ. ただし, 剰余項は不要とする. (5 点)

答

8. 次の問いに答えよ. (各 4 点)

(1) $f(x, y) = \log(1 + x - y)$ のマクローリン展開を 4 次の項まで求めよ. ただし, 剰余項は不要とする.

答

(2) $f(x, y) = e^{xy} \sin(x + y)$ のマクローリン展開を 3 次の項まで求めよ. ただし, 剰余項は不要とする.

答

9. $f(x, y) = 2x^2 + y^3 - 3xy$ とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) 曲線 $f(x, y) = 0$ 上の点 $(1, -2)$ に関する次の文章中の (ア) から (カ) に当てはまる数式を入れよ.
(順に 4 点, 2 点, 1 点, 1 点, 4 点, 2 点)

曲線 $f(x, y) = 0$ 上の点 $(1, -2)$ における接線の傾きを求める. 点 $(1, -2)$ は条件 (ア) をみたすので, 陰関数定理より $x = 1$ を含む開区間で定義された $f(x, y) = 0$ から定まる微分可能な陰関数 $y = \varphi(x)$ で (イ) をみたすものがただ 1 つ存在する. $f_x(x, y) =$ (ウ) $f_y(x, y) =$ (エ) なので, この $y = \varphi(x)$ の導関数を x と y を用いて表すと $\varphi'(x) =$ (オ) である. したがって, 求めたい接線の傾きは (カ) である.

(ア) _____ (イ) _____ (ウ) _____

(エ) _____ (オ) _____ (カ) _____

(2) 曲線 $f(x, y) = 0$ の特異点を求めよ. (5 点)

答