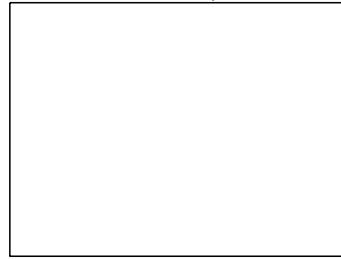


線形代数学 I 期末試験問題 (2021 年 8 月)

氏名 _____

学籍番号 _____



1. 原点を $O(0, 0, 0)$ とする xyz 座標空間において, 点 $A(1, 2, 4)$, $B(2, -1, 2)$, $C(1, 3, -2)$ を考える. このとき, 次の問いに答えよ. (各 5 点)



(1) 外積 $\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}$ を求めよ.

(2) ベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ によって張られる平行四辺形の面積 S を求めよ.

(3) ベクトル $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ によって張られる平行六面体の体積 V を求めよ.

(4) 3 点 O, A, B を含む平面 H に平行で点 C を通る平面を表す 1 次方程式を求めよ.

(5) 3 点 O, A, B を含む平面 H に直交し, 点 C を通る直線 ℓ の方程式を求めよ.

2. 次の行列式の値を求めよ. ((1) (2) 4点 (3) (4) (5) 5点)



$$(1) \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 3 & -3 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \\ 0.2 & 0.5 & 0.1 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 & -7 & 9 \\ 2 & 4 & -6 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

3. n 次正方行列 A の行列式の値が π のとき (すなわち $|A| = \pi$ のとき), $|\frac{1}{2}A|$, $|-A^2|$ の値を求めよ. (答えのみで良い). (各 3 点)



4. 次の行列式を因数分解した形で求めよ. (6点)



$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & a+b \\ 1 & a+b & 1 \\ a+b & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

5. a, b, c を定数とし, 3 次行列 A を $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix}$ とする. 次の問いに答えよ.



- (1) A の行列式を求めよ (因数分解した形で表すこと). (4点)

- (2) A が正則であるための必要十分条件を求めよ. (4点)

- (3) 次の連立方程式の解がただ 1 つであることを示し, z の値をクラメルの公式を用いて求めよ. ただし, 答えはクラメル公式を用いたことがわかるように記述すること. (6点)

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + 4y + 9z = 0 \end{cases}$$

6. n 次正方行列 A, B が $AB = O_n$ をみたしているとする. このとき A, B の少なくとも一方は正則でないことを示せ. (4点)



7. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.



(1) A の $(1, 3)$ 余因子 Δ_{13} を計算せよ. (2 点)

(2) A の $(2, 3)$ 余因子 Δ_{23} を計算せよ. (2 点)

(3) A の $(3, 3)$ 余因子 Δ_{33} を計算せよ. (2 点)

(4) 3 列目に関する余因子展開を用いて, A の行列式の値を求めよ. (どのように余因子展開を行ったのか分かるように記述すること.) (4 点)

(5) A の余因子行列 $\tilde{A}$ を計算せよ. (6 点)

(6) A が正則であるか否かを理由とともに述べよ. A が正則であるならば, A の逆行列を A の余因子行列 $\tilde{A}$ を用いて求めよ. (6 点)