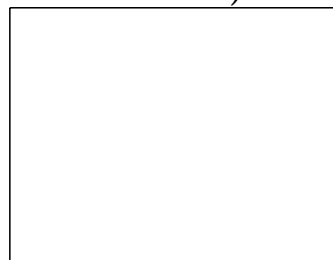


線形代数学I 期末試験問題(2022年 8月)

氏名

学籍番号



1. 原点を $O(0, 0, 0)$ とする xyz 座標空間において, 点 $A(1, -2, 1)$, $B(2, 1, 2)$, $C(2, 3, -1)$ を考える. 次の問いに答えよ. (各5点)



(1) 外積 $\vec{AB} \times \vec{AC}$ を求めよ.

(2) $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ.

(3) ベクトル $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, $\vec{OC}$ によって張られる平行六面体の体積 V を求めよ.

(4) 3点 A, B, C を含む平面 H の方程式を求めよ.

(5) 3点 A, B, C を含む平面 H に直交し, 原点 O を通る直線 ℓ の方程式を求めよ.

2. 3次正方行列 A, B の行列式が $|A| = 2$, $|B| = 3$ で与えられるとき, 次の行列式の値を答えのみ書け.(各3点)



(1) $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $|2B| = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) $|{}^tAB^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 次の行列式の値を求めよ. (各5点)



$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 8 & 7 \\ 2 & 9 & 6 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & -4 & 2 & -2 \\ -4 & 5 & 3 & 3 \\ 5 & -6 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

4. 次の問いの下線部に適切な数値を入れよ.(各5点)

(1) 2つのベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ の外積が $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = {}^t(2, -1, 3)$ であるとき,

$(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = {}^t(\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$ となる.

(2) 連立1次方程式
$$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$
 の係数行列は正則であるので,

クラメルの公式を用いて y の値を求めると, $y = \frac{\begin{vmatrix} \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} & \underline{\hspace{1cm}} \end{vmatrix}} = \underline{\hspace{1cm}}$ となる.

5. x に関する方程式 $\begin{vmatrix} x & x & x & 4 \\ x & x & 3 & 3 \\ x & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ を解け. (6点)

6. 行列式 $\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -1 \\ d & c & b & a \end{vmatrix}$ を第4行で余因子展開して計算せよ.(5点)

(3次の行列式を用いた余因子展開の式をかいておくこと).

7. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.



(1) A の $(1, 2)$ 余因子 Δ_{12} を計算せよ. (2 点)

(2) A の $(2, 2)$ 余因子 Δ_{22} を計算せよ. (2 点)

(3) A の $(3, 2)$ 余因子 Δ_{32} を計算せよ. (2 点)

(4) 2 列目に関する余因子展開を用いて, A の行列式の値を求めよ. (どのように余因子展開を行ったのか分かるように記述すること.) (3 点)

(5) A の余因子行列 $\tilde{A}$ を計算せよ. (6 点)

(6) A が正則であるか否かを理由とともに述べよ. A が正則であるならば, A の逆行列を A の余因子行列 $\tilde{A}$ を用いて求めよ. (5 点)