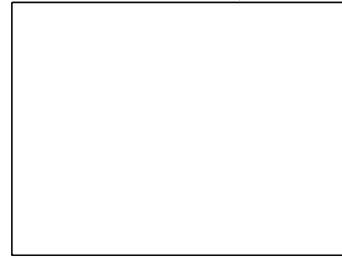


線形代数学I 中間試験問題(2021年6月)

氏名 _____

学籍番号 _____



1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ. ((1) 各2点 (2) 2点)



- (1) A に関する次の情報を答えよ.
 A の行の個数: _____. A の型: _____. A の (2,3) 成分の数値: _____.
 (2) A の転置行列 tA を求めよ.

2. A, B, C を2次正方行列とする. また2次単位行列を E_2 , 2次正方零行列を O_2 で表す. 次の命題のうち, 一般に成立しないものを全て選べ. (3点)



- (1) $(AB)C \neq A(BC)$ となる A, B, C が存在する.
 (2) $AB = BA$ のとき, $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ である.
 (3) $A^2 = 2A - E_2$ のとき $A = E_2$ である.
 (4) ${}^t({}^tAB) = A{}^tB$ である.

_____ は成立しない.

3. 次の計算をせよ. ((1) - (4) 各3点, (5) 4点)



(1) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & -1 \end{pmatrix}^2$

(4) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

(5) $(1 \ 1 \ 2 \ -1) \begin{pmatrix} 101 & 202 \\ 213 & 426 \\ 351 & 701 \\ -16 & -32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

4. 次の連立1次方程式を掃き出し法で解け. 解が存在しない場合は解無しと答えよ.

(各7点)



$$(1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -5 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

5. 次の連立1次方程式について, (1)(2)(3)に答えよ.



$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + kz = 2 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

(1) 係数行列 A および拡大係数行列 B を書け. (2点)

(2) 上の連立1次方程式が解を持たないときの k の値を求めよ. (6点)

(3) 上の連立1次方程式が解を複数持つときの k の値を求めよ. またそのときの整数解を2組求めよ. (6点)

6. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -4 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.



(1) A の簡約形を求め, 階数を答えよ. (6点)

(2) A が正則であるかどうかを理由とともに答えよ. (3点)

7. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする.



(1) A の逆行列 A^{-1} を, 行基本変形を用いて求めよ. (8点)

(2) (1) で求めた A^{-1} が A の逆行列になっていることを逆行列の定義に従って示せ.
(4点)

(3) (1) の結果を用いて, $AX = B$ となる行列 X を求めよ. (4点)