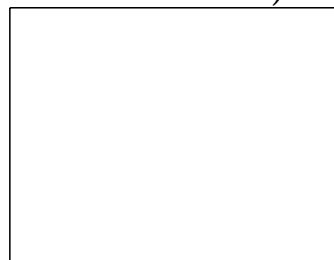


線形代数学 I 中間試験試験問題 (2023 年 6 月)

氏名 _____

学籍番号 _____



1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 12 & 0 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ. (各 2 点)



(1) A の型を答えよ.

解答: _____

(2) A の $(2, 1)$ 成分を答えよ.

解答: _____

(3) A の転置行列 tA を求めよ.

解答: _____

2. A, B, C を n 次正方行列とする. また, E を n 次単位行列, O を $n \times n$ 零行列とする. このとき, 次の命題の中で **成り立つとは限らないものをすべて選べ**. (4 点)



- (1) $A + B = B + A$ (2) $AB = BA$ (3) $(AB)C = A(BC)$ (4) ${}^t(AB) = {}^tA {}^tB$
 (5) $(AB)^2 = A^2B^2$ (6) $AE = A$ (7) $(A + E)A = A(A + E)$
 (8) $AB = O$ のとき, $A = O$ または $B = O$ である.

3. 次の計算をせよ. (各 4 点)



(1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}^2$

(2) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

(4) ${}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

(5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

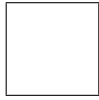
4. 次の連立1次方程式を掃き出し法で解け. ((1) 7点, (2) 8点)



$$(1) \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 9 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

5. a を定数とする. 次の連立 1 次方程式について各問に答えよ.



$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = a + 1 \\ x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = a + 1 \end{cases}$$

- (1) 係数行列 A および拡大係数行列 B を書け. (4 点)

(2) 上記の連立 1 次方程式を $A, \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a + 1 \\ -1 \\ a + 1 \end{pmatrix}$ を用いて表せ. (2 点)

- (3) 上記の連立一次方程式が解を持つとき, a の値を求めよ. (5 点)

6. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 6 & -1 \end{pmatrix}$ とする. このとき, $(AB)^{-1}$ を求めよ. (5 点)



7. 次の行列を簡約化し、階数を求めよ．また、行列が正則であるか否かを理由を付けて答えよ．（7点）



$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 0 \\ 30 & 30 & 60 & 90 \\ -3 & -3 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

8. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ に対し、 A^{-1} を行基本変形を用いて求めよ．（8点）



9. n 次正方行列 A の逆行列 A^{-1} が存在するとき、 $3A$ の逆行列は $\frac{1}{3}A^{-1}$ であることを示せ．（4点）

