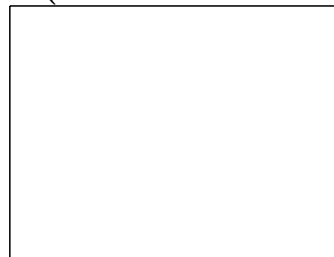


線形代数学Ⅰ ABCクラス 中間試験問題(2024年6月)

氏名

学籍番号



1. 行列 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ について, 次の問いに答えよ. ((1) 各2点 (2) 3点)



- (1) A の型と $(1, 2)$ 成分を答えよ. 型は _____, $(1, 2)$ 成分は _____.
 (2) $A = {}^tB$ をみたす行列 B を求めよ. ここで tB は B の転置行列である.

2. A, B を n 次正方行列, k, l を実数とする. このとき, 次の選択肢の中で常に成立するとは限らないものをすべて選びその番号を記せ. (6 点)



- (1) $A + {}^tA = {}^tA + A$ (2) $(AB)^2 = B^2A^2$ (3) $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
 (4) $A \neq O$ かつ $B \neq O$ ならば $AB \neq O$
 (5) $(A + E)(A - E) = A^2 - E$ (E は n 次単位行列)
 (6) $(k + l)(AB) = A((k + l)B)$ (7) (A が正則のとき) $(A^{-1})^{-1} = A$

3. 次の計算をせよ. 定義されていない演算を含むものに対しては「定義されていない」と書くこと. (各5点)



(1) $2 \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^2$

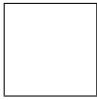
(3) $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -8 & 0 \\ 8 & 12 & 4 \\ -4 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

(4) ${}^t \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \\ 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$(5) \quad {}^t[1 \ 2 \ 3] \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. 次の連立1次方程式を掃き出し法で解け. 解が存在するときは, 解をベクトルを用いて表示せよ (ベクトル表示せよ). 解が存在しない場合は解なしと答えよ.

(各10点)



$$(1) \quad \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ -2x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 \quad \quad - x_3 = 7 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 11x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 \quad \quad + 5x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$$

5. a を実数とする. 次の連立 1 次方程式について, 下の問いに答えよ.



$$\begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ 4x + 3y + 7z = 13 \\ 7x + 4y + 11z = a + 8 \end{cases}$$

- (1) 係数行列 A および拡大係数行列 B を求めよ. (4 点)

- (2) 上の連立 1 次方程式が解を持つように a の値を定めよ. またそのときの解を記せ. (8 点)

6. 行列 $A = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.



- (1) A を簡約な行列に変形し (A の簡約形を求め), 階数を答えよ. (6 点)

(2) A が正則であるかどうかを理由とともに答えよ. (5点)

7. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ とする.



(1) A の逆行列 A^{-1} を, 行基本変形を用いて求めよ. (10点)

(2) 逆行列の定義に従い, (1) の計算結果が正しいことを確かめよ. (4点)

8. A を n 次正方行列, E を n 次単位行列, O を $n \times n$ 零行列とする. A が $A^2 - 5A + 6E = O$ を満たすとき, A は正則であることを証明せよ. (5点)

