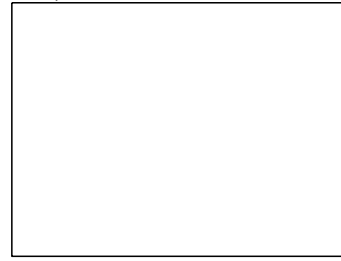


線形代数学I ABCクラス 中間試験問題(2025年6月)

氏名 _____

学籍番号 _____



1. 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 12 & 0 \end{bmatrix}$ について, 次の問いに答えよ. (各3点)



(1) A の型を答えよ.

解答: _____

(2) A の (1,2) 成分を答えよ.

解答: _____

(3) A の転置行列 tA を求めよ.

解答: _____

2. A, B, C を n 次正方行列とする. また, E を n 次単位行列, O を $n \times n$ 零行列とする. このとき, 次の選択肢の中で常に成立するものをすべて選びその番号を記せ.

(4点)



- (1) $A+B = B+A$ (2) $AB = BA$ (3) $(AB)C = A(BC)$ (4) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$
 (5) $(AB)^2 = A^2B^2$ (6) $AE = A$ (7) $(A+E)A = A(A+E)$
 (8) $AB = O$ のとき, $A = O$ または $B = O$ である.

解答: _____

3. 次の計算をせよ. 定義されない演算を含むものについては「演算は定義されない」と記せ.

(各5点)



(1) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & -6 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} [1 \ 3] \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

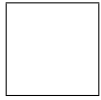
(4) ${}^t \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}^3$

$$(6) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

4. 次の連立1次方程式を掃き出し法で解け. 解が存在するときは, 解をベクトルを用いて表示せよ (ベクトル表示せよ). 解が存在しない場合は解なしと答えよ.

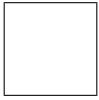
((1) 7点, (2) 8点)



$$(1) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x_1 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 7x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

5. a を定数とする. 次の連立1次方程式(*) について各問に答えよ.



$$(*) \begin{cases} x - 2y + 5z = a \\ 3x - 2y - z = -a \\ 3y - 12z = 1 - 2a \end{cases}$$

(1) 連立1次方程式(*) の係数行列 A および拡大係数行列 B を求めよ. (4点)

(2) 連立1次方程式(*) を係数行列 A , $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} a \\ -a \\ 1 - 2a \end{bmatrix}$ を用いて表せ. (2点)

(3) 連立1次方程式(*) が解を持つとき, a の値を求めよ. (5点)

(4) a を(3) で求めた値とするととき, 連立1次方程式(*) の解を1つ求めよ. (3点)

6. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 6 \\ 5 & 11 & 13 \\ 3 & 6 & 10 \end{bmatrix}$ とする. このとき, $(AB)^{-1}$ を求めよ. (5点)

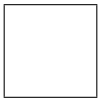


7. 次の行列 A を簡約化し、階数を求めよ。また、行列が正則であるか否かを判断し、理由と共に答えよ。(8点)



$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 \\ 10 & 20 & 10 & 40 \\ -3 & -6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

8. 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$ に対し、 A^{-1} を行基本変形を用いて求めよ。また求めた行列が逆行列となっていることを示せ。(10点)



9. E_n を n 次単位行列とする。 $-2E_n$ の逆行列は $-\frac{1}{2}E_n$ であることを示せ。(5点)

