オートマトンと言語
5回目　5月09日（水）

4章　有限オートマトン

授業資料

http://ir.cs.yamanashi.ac.jp/~ysuzuki/public/automaton/

授業の予定(中間試験まで)

回数	月日	内容
1	4月11日	オートマトンとは，オリエンテーション
2	4月18日	2章(数式の記法，スタック，BNF)
3	4月25日	2章(BNF)，3章(グラフ)
4	5月02日	3章(グラフ)
5	5月09日	4章　有限オートマトン1
6	5月16日	有限オートマトン2　2･3章の小テスト
7	5月23日	正規表現
8	5月30日	正規表現，非決定性有限オートマトン
9	6月06日	中間試験，前半のまとめ

出張などにより，授業日が変更になる場合があります．

授業の予定

回数	月日	内容
10	6月13日	NFA→DFA
11	6月20日	DFAの最小化
12	6月27日	DFAの最小化，有限オートマトンの応用
13	7月04日	プッシュダウンオートマトン，チューリング機械
14	7月11日	形式言語理論，文脈自由文法
15	7月18日	期末試験，まとめ

出張などにより，授業日が変更になる場合があります．

前回のまとめ

- （離散）グラフ
- 多重グラフ
- 単純グラフ
- 連結グラフ
- （コンピュータで扱う場合の）グラフの表現
- （完全｜正則｜２部｜木）グラフ
- 同型グラフ
- 補グラフ
- 構文木

前回の宿題

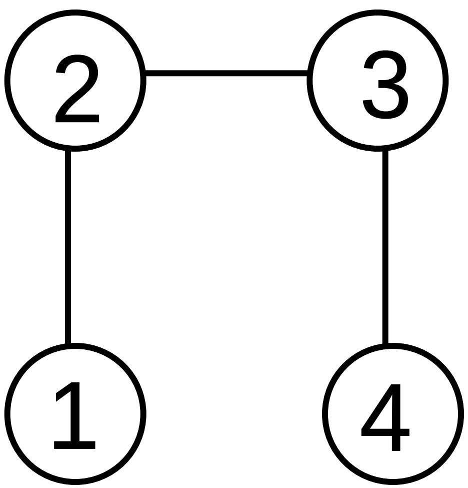
- 演習問題1，2，3
- グラフの説明内の用語を覚える
- 集合表現⇔隣接行列⇔隣接リスト
  - 表現を変換し表示するプログラムの作成

グラフの行列表現

単純グラフの**隣接**行列

$A = (a_{ij}) \quad n \times n$行列

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & i-\text{節点と}j-\text{節点を結ぶ辺が存在するとき} \\ 0 & i-\text{節点と}j-\text{節点を結ぶ辺が存在しないとき} \end{cases}$$



$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \xleftarrow{\quad} \text{節点} \\ \text{節点} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

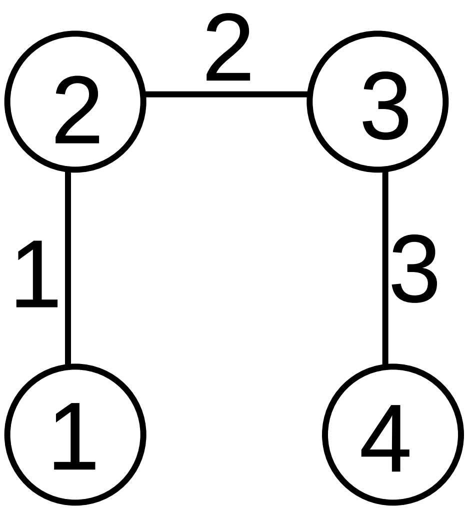
対称正方行列

グラフの行列表現

単純グラフの**接続**行列

$$M=(m_{ij})\quad n\times m\text{行列}$$

$$m_{ij}=\begin{cases}1 & i-\text{節点が}j-\text{辺と接続しているとき}\\ 0 & i-\text{節点が}j-\text{辺と接続していないとき}\end{cases}$$



$$\text{節点}\quad\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc}1&2&3\end{array} \leftarrow \text{辺}\\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\end{array} & \begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}\end{array}$$

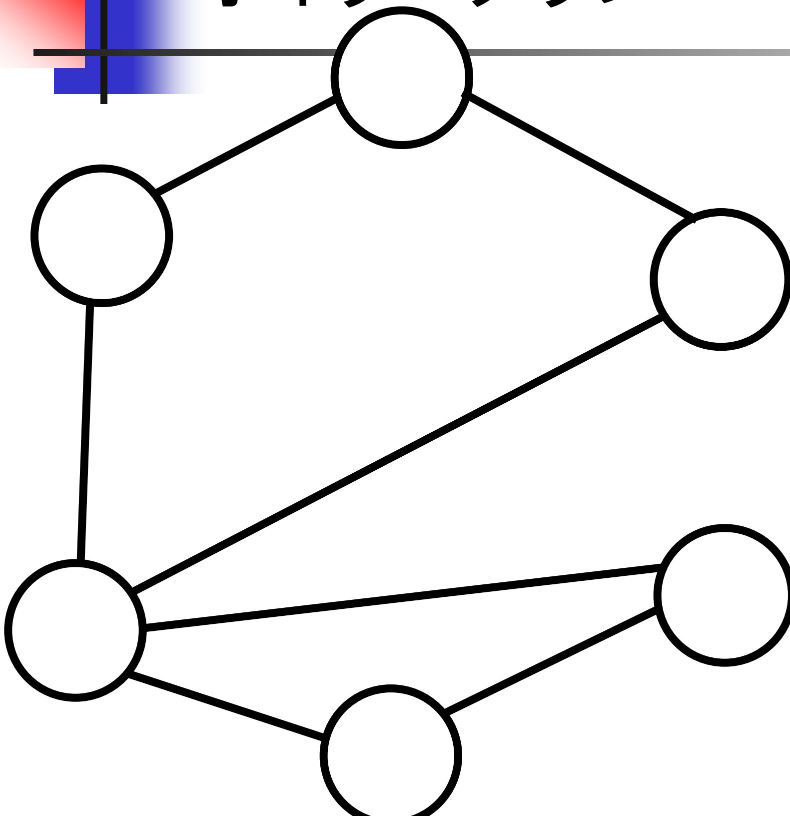
オイラーグラフとハミルトングラフ

- オイラー閉路:
  - グラフの全ての辺をちょうど1度ずつ通る閉路 （**一筆書きが可能**）
- オイラーグラフ:
  - オイラー閉路が存在するグラフ

- ハミルトン閉路:
  - グラフの全ての節点をちょうど1度ずつ通る閉路 （**巡回セールスマン問題**）
- ハミルトングラフ:
  - ハミルトン閉路が存在するグラフ

オイラーグラフ，ハミルトングラフ

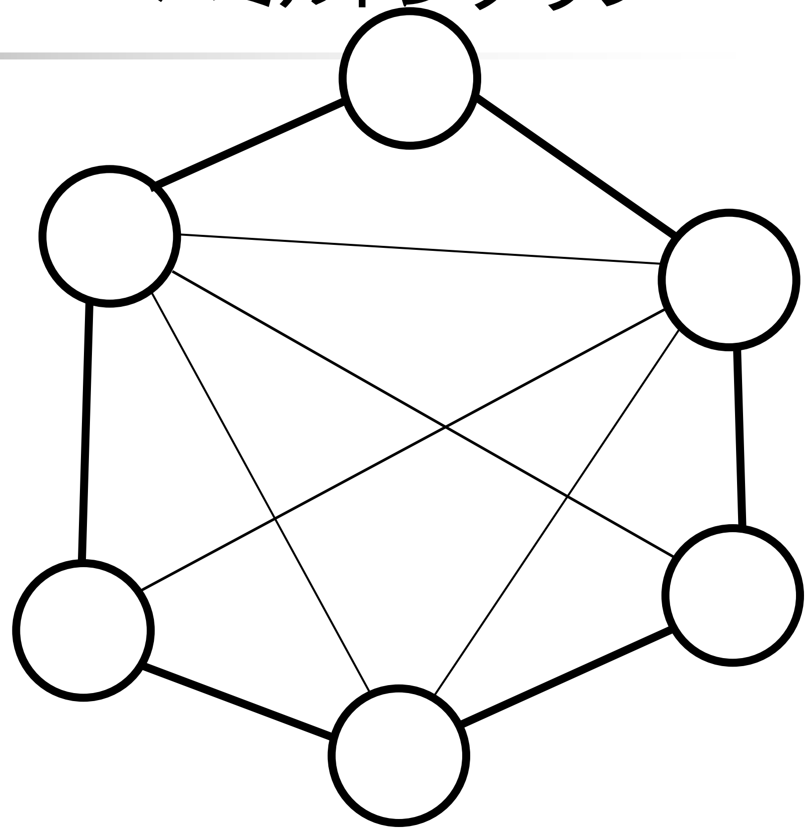
オイラーグラフ



全ての辺を1度ずつ通る
閉路が存在するグラフ

一筆書きが出来る

ハミルトングラフ



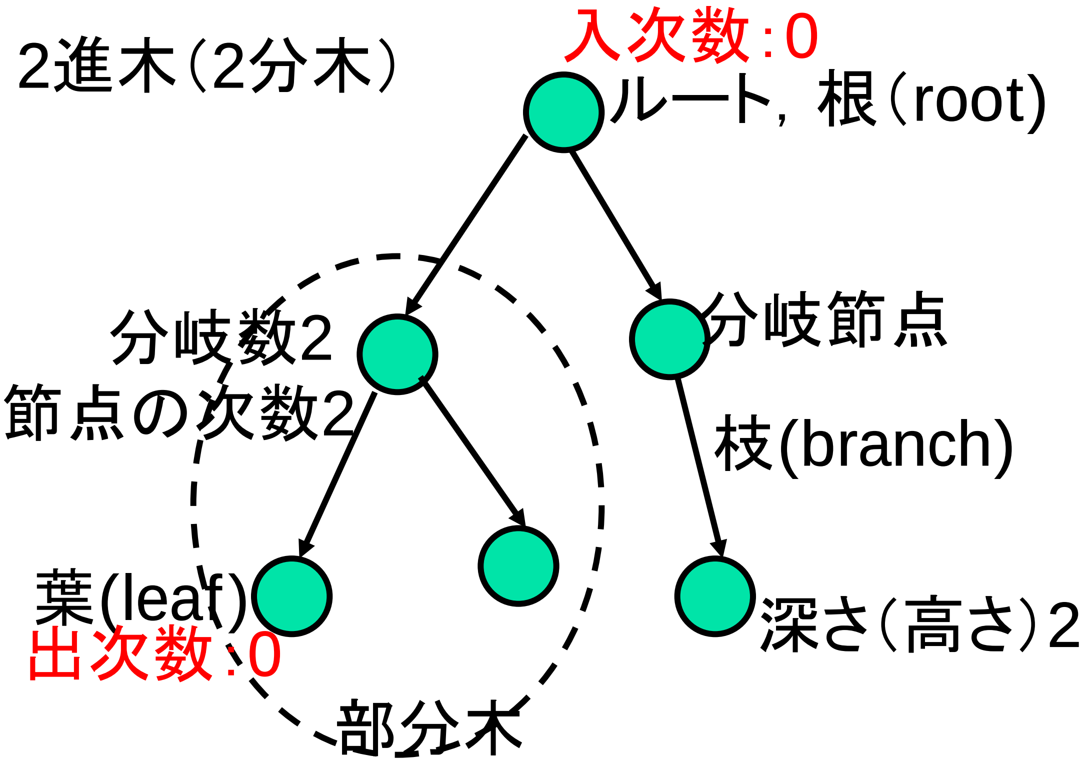
全ての節点を1度ずつ通る
閉路が存在するグラフ

巡回セールスマン問題

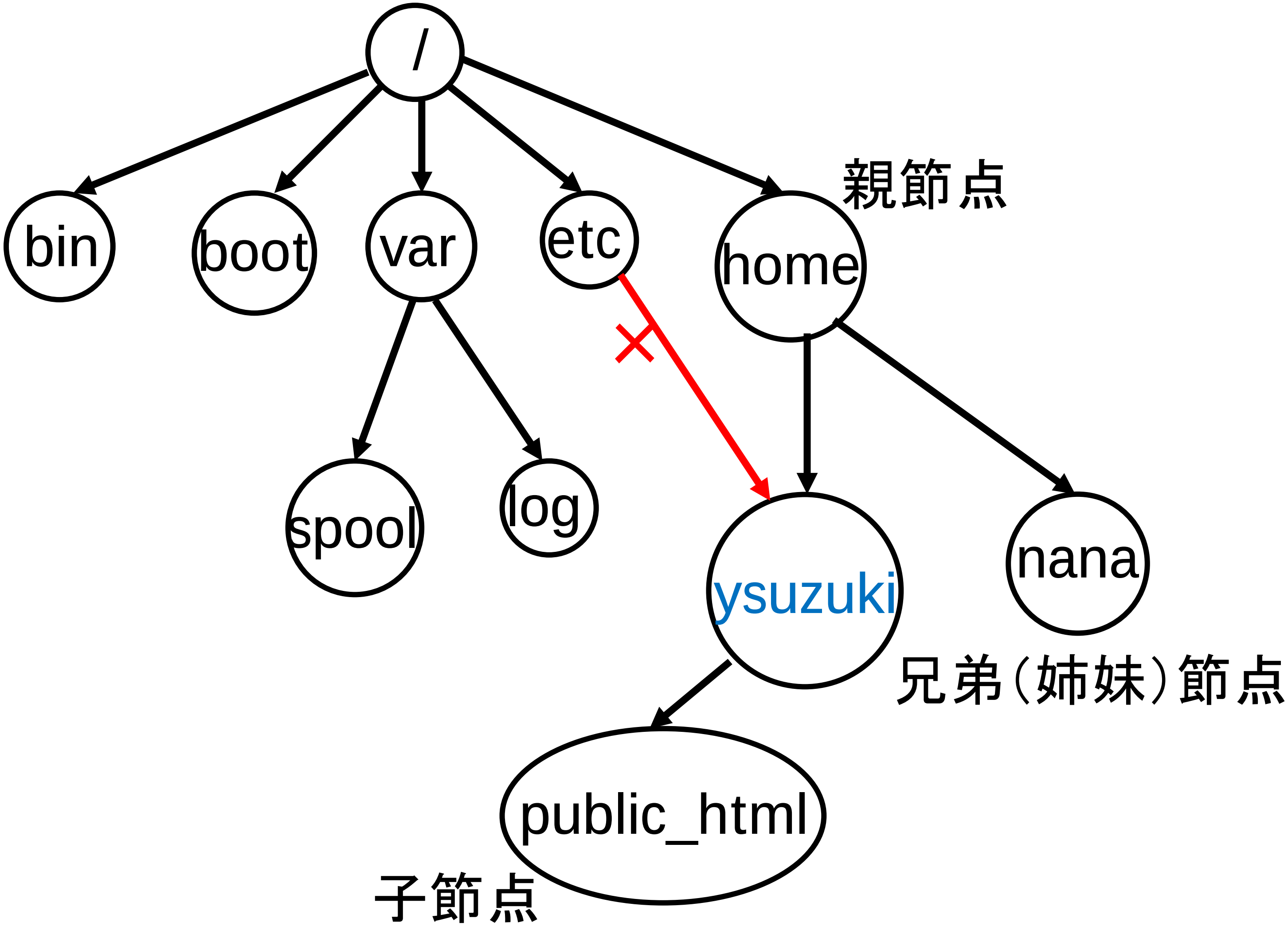
3.3 木グラフ

- 木：
  - 連結可能な有向グラフで，
  - 1つの入力節点（入次数＝0）（根）といくつかの出力節点（出次数＝0）（葉）があり，
  - かつ入口からすべての出口へ至る有向順路がそれぞれ1つだけ存在する．

木の特徴


2進木(2分木)
入次数:0
ルート，根(root)
分岐数2
節点の次数2
分岐節点
枝(branch)
葉(leaf)
出次数:0
深さ(高さ)2
部分木

木グラフの例
コンピュータのファイルシステム

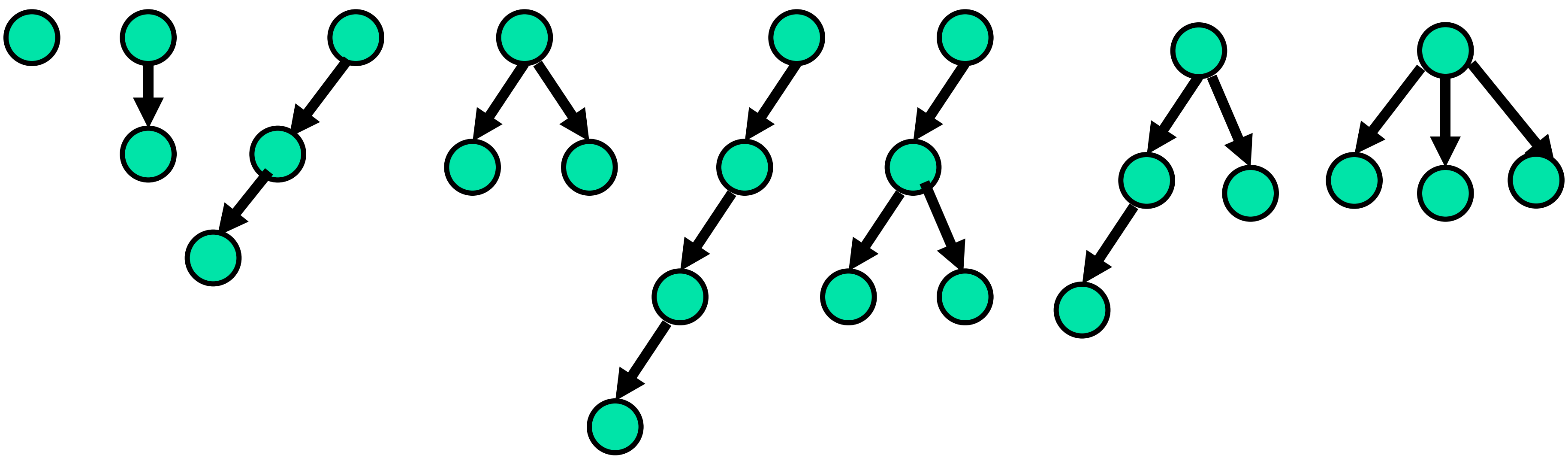


演習問題1　例題3.48(改)

- 節点が4個以下で構成される木をすべて描け

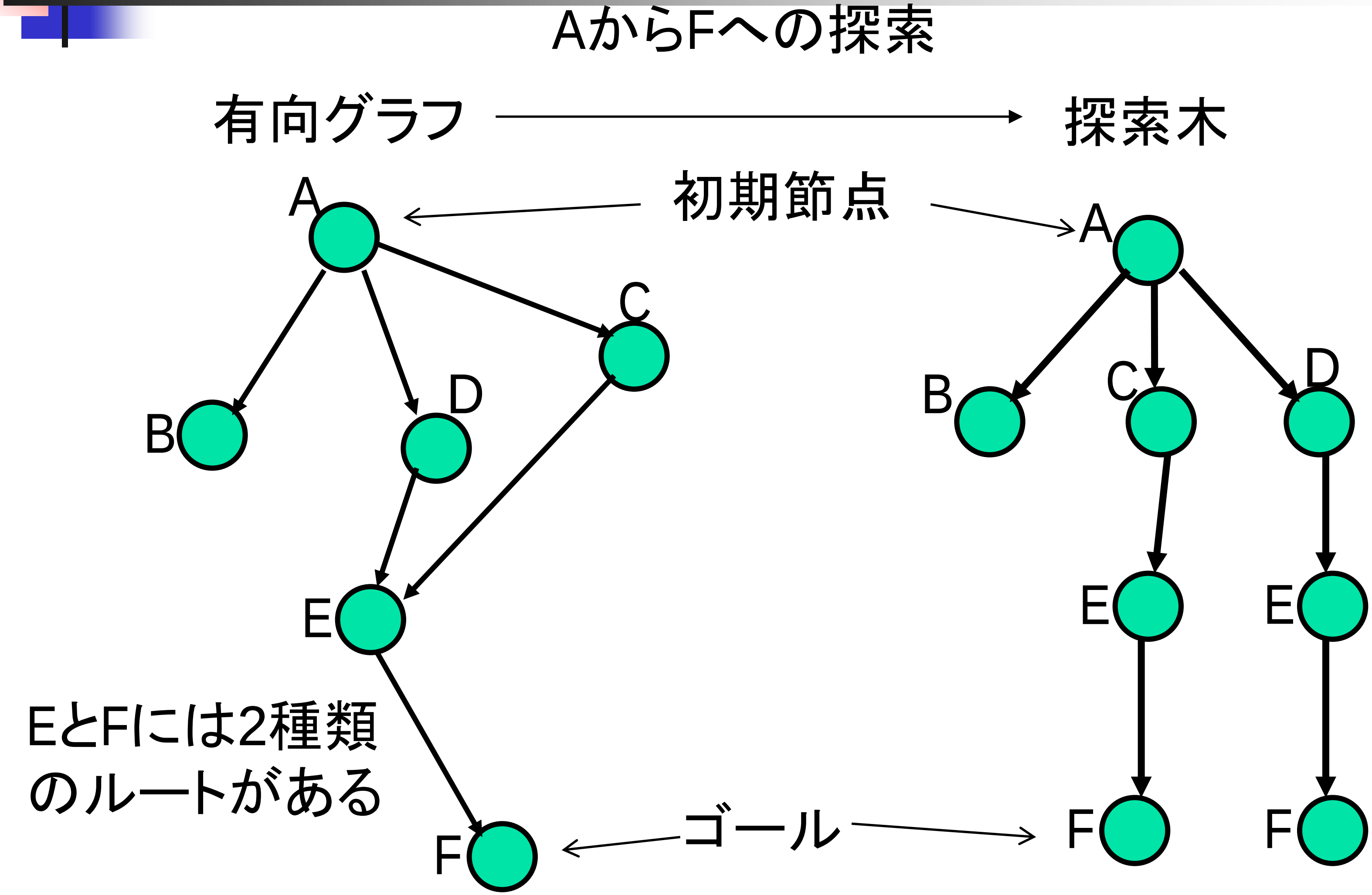
演習問題1　例題3.48(改)の答え

- 節点が4個以下で構成される木をすべて描け



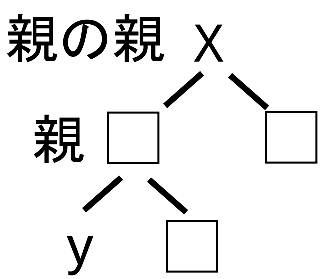
8種類

グラフの探索と探索木


AからFへの探索
有向グラフ
探索木
初期節点
A
B
C
D
E
F
EとFには2種類のルートがある
ゴール
A
B
C
D
E
E
F
F

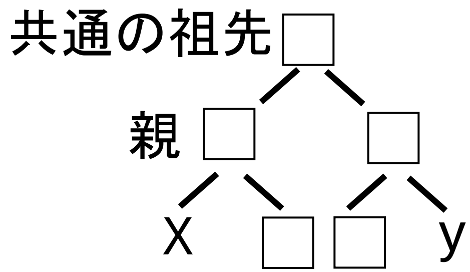
順序木

- 順序木の定義
  - 任意のx,y∈S （Sは木の節点集合）に対し，
    - x,yが祖先・子孫関係の順序集合(S;$\geqq_t$)で比較可能なとき，xがyの祖先ならば$x \geqq_o y$
    - x,yが(S;$\geqq_t$)で比較不能のとき，x,yの共通の祖先（Sにおける{x,y}の上限節点）での枝の集合で，xの属する枝の根がyの属する枝の根より上位であれば（左にあれば），$x \geqq_o y$



$x \geqq_t y$

$x \geqq_o y$

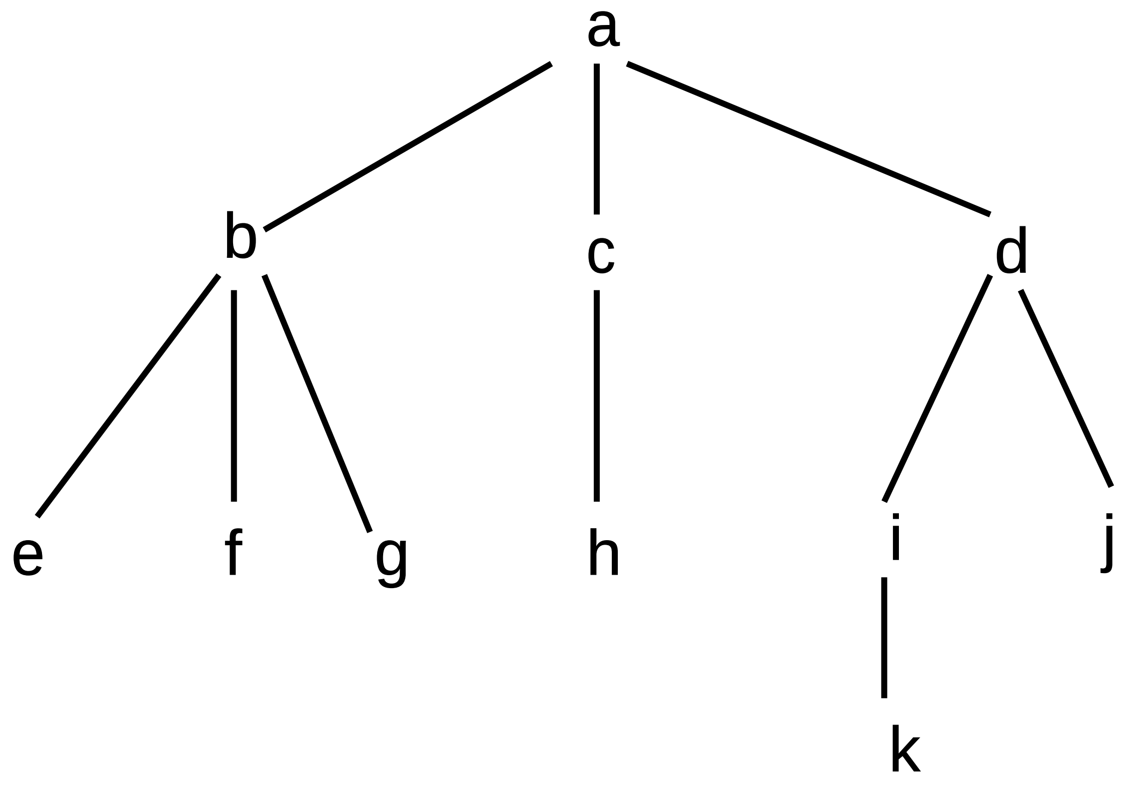


$x \geqq_o y$

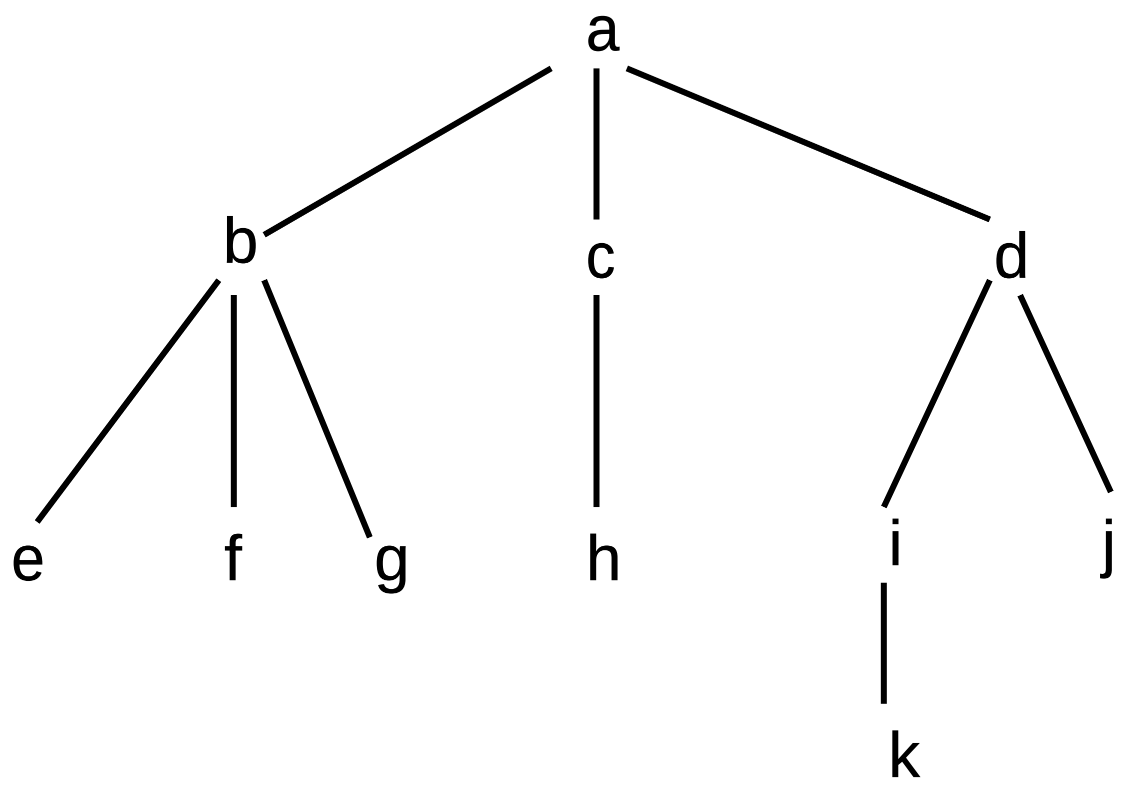
$\geqq_o$は全順序関係

演習問題2 例題3.59

- 図3. 24の順序木の節点を，全順序関係$\geq_o$により，降順に並べよ．

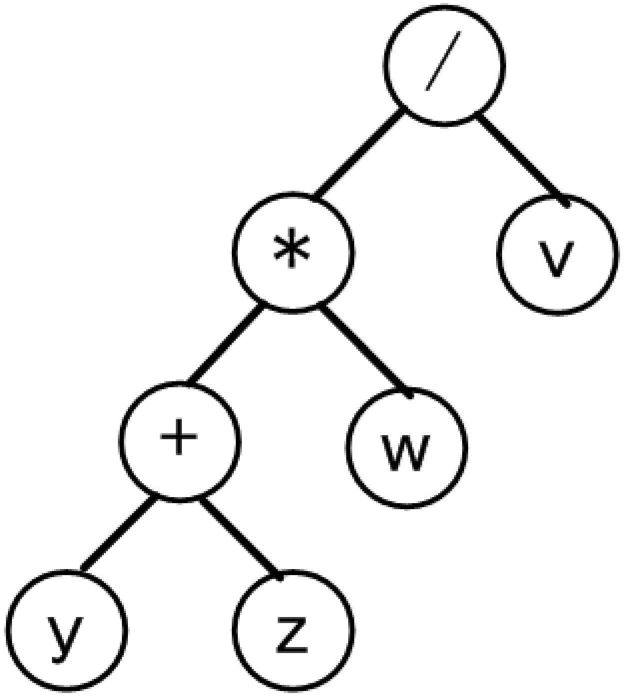


演習問題2 例題3.59の答え

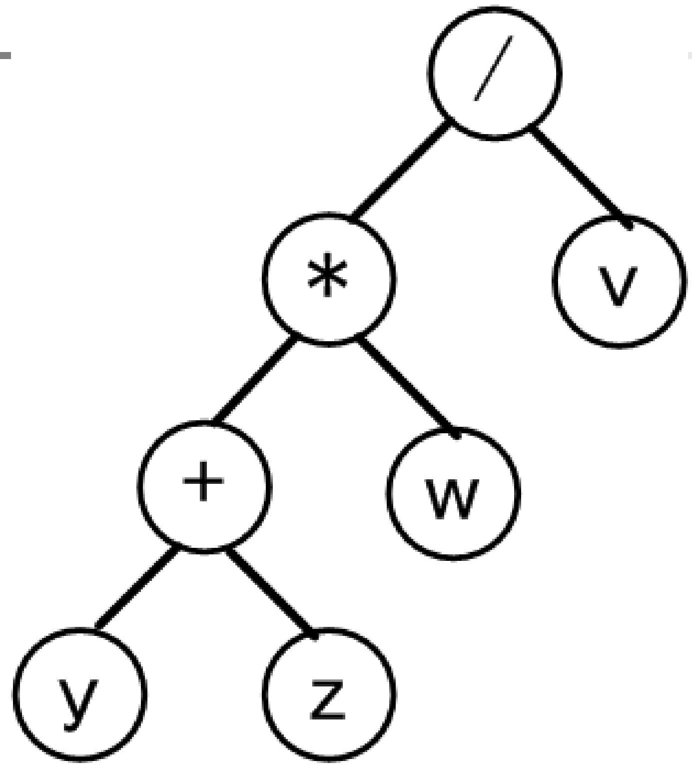


a-b-e-f-g-c-h-d-i-k-j　前置記法の順序

例題　下の順序木の節点を，全順序関係$\geq_o$により，降順に並べよ．



例題の答え　下の順序木の節点を，全順序関係$\geq_o$により，降順に並べよ．



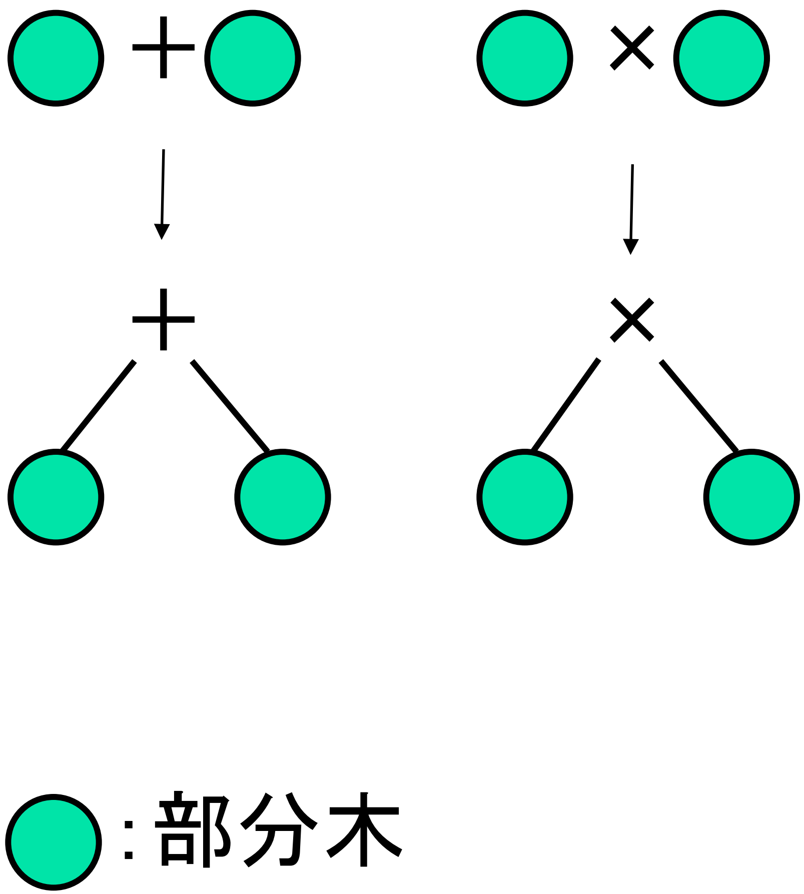
／ ＊ + y z w v

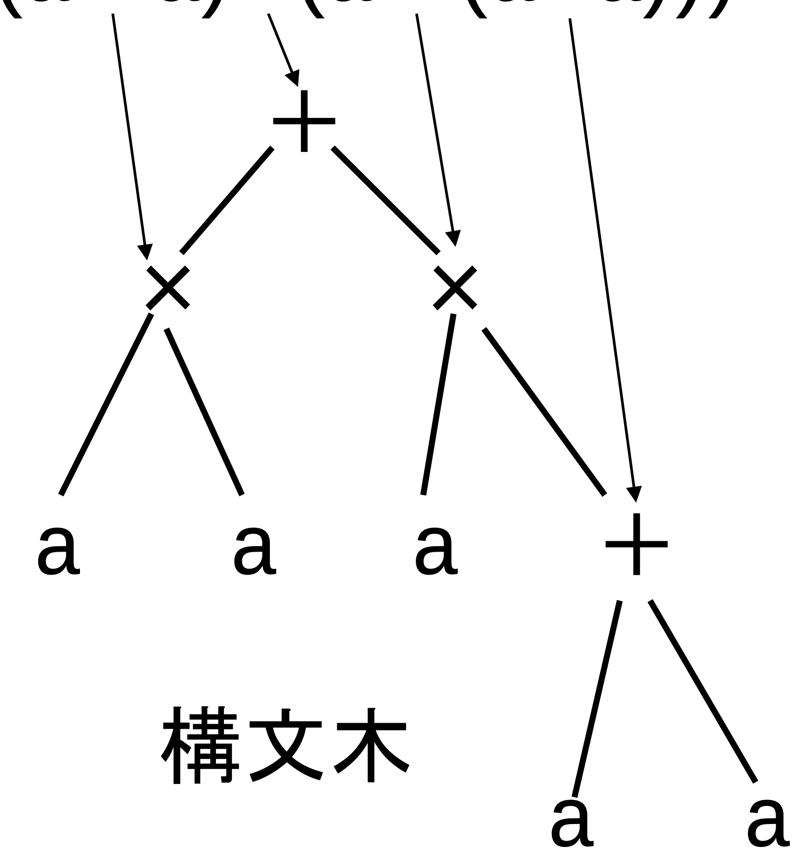
前置記法の順序

数式の構文と構文解析 (p.78)

中置記法

((a×a)+(a×(a+a)))





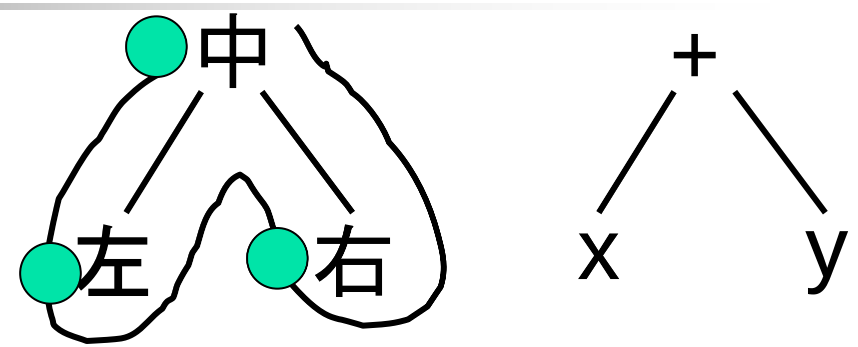
構文木

各数式記法と構文木の関係

前置記法：中→左→右

+xy

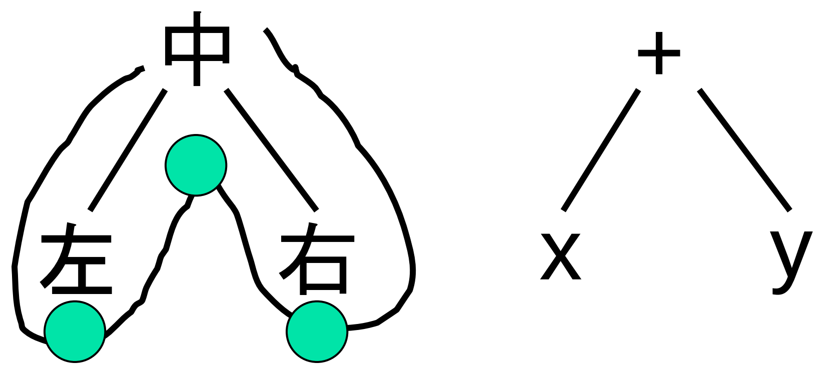
節点の左を通過したときに書き出す



中置記法：左→中→右

x+y

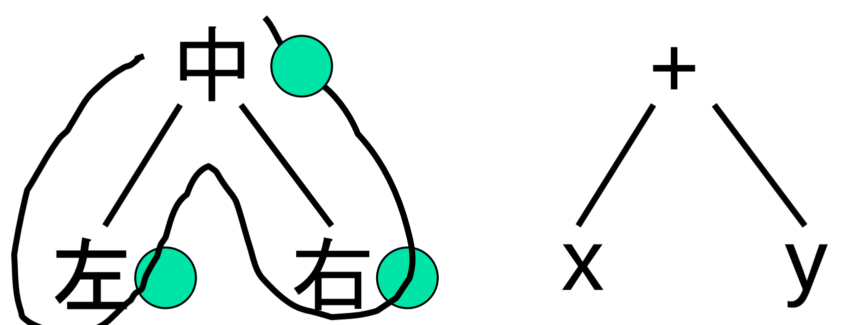
節点の下を通過したときに書き出す



後置記法：左→右→中

xy+

節点の右を通過したときに書き出す



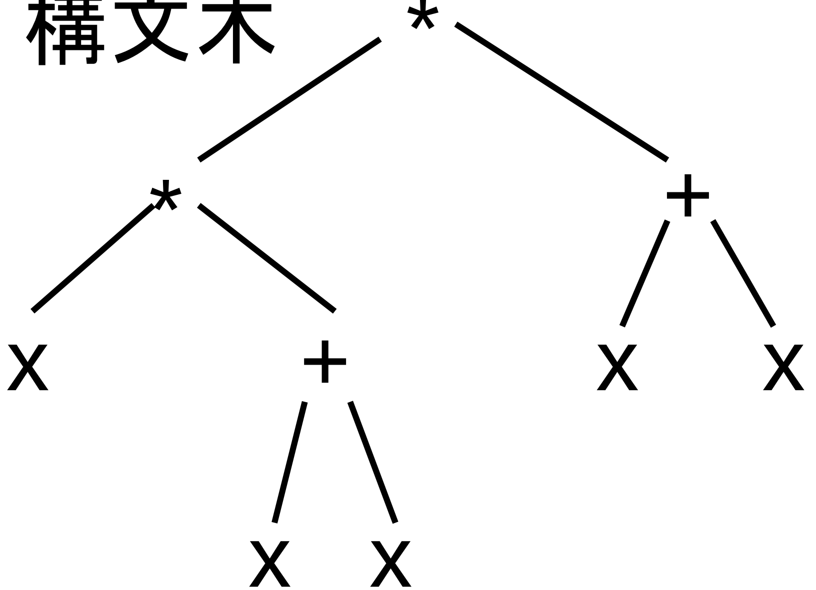
例題3.71 (1)

計算順序を見やすくするため括弧を追加

後置記法：xxx+*xx+*

((x(xx+)*)(xx+)*)

構文木



前置記法：**x+xx+xx　中置記法：(x*(x+x))*(x+x)

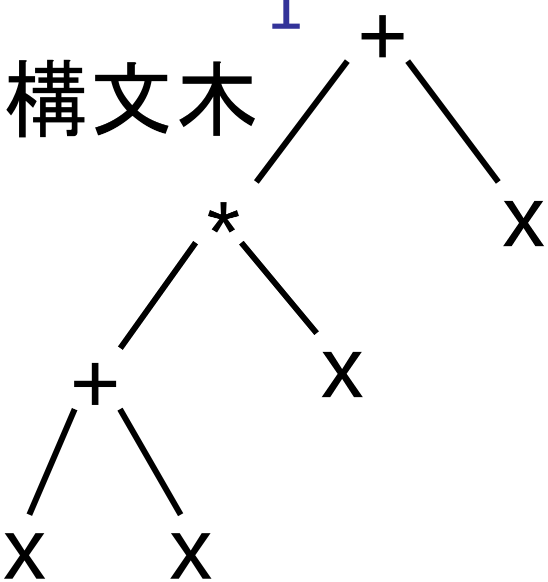
例題3.71 (2)

中置記法:x+x*x+x

5種類の構文木

構文木

1

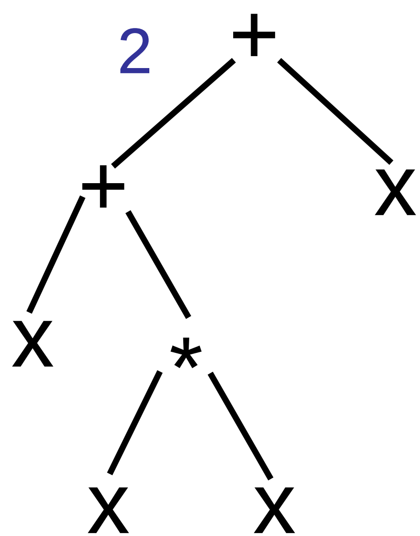


(((x+x)*x)+x)

前:+*+xxxx

後:xx+x*x+

2

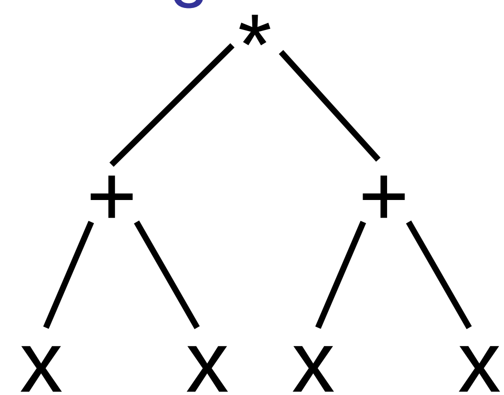


(x+(x*x))+x

前:++x*xxx

後:xxx*+x+

3



(x+x)*(x+x)

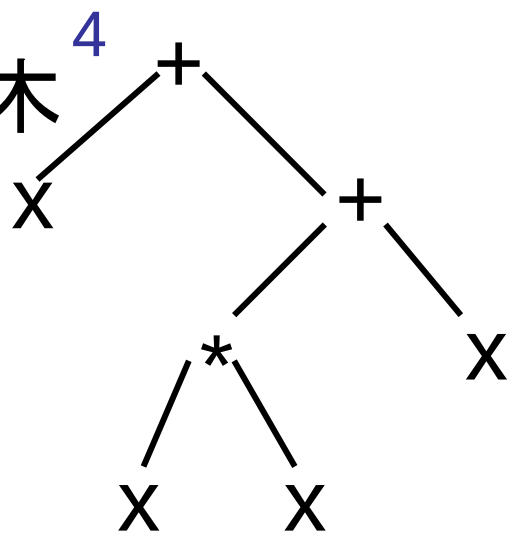
前:*+xx+xx

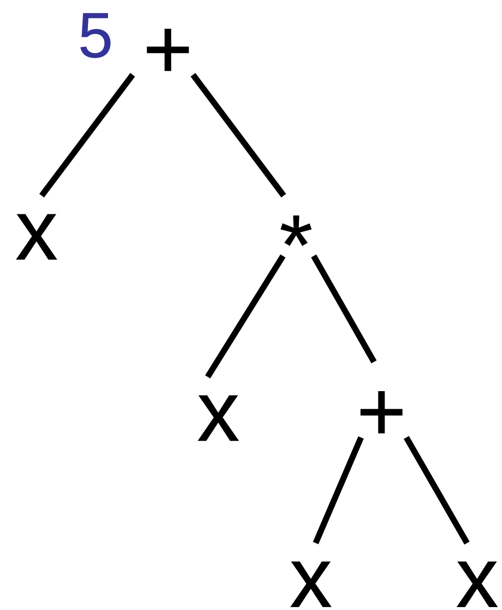
後:xx+xx+*

例題3.71 (3)

中置記法 : x+x*x+x

構文木





x+((x*x)+x)

前 : +x+*xxx
後 : xxx*x++

x+(x*(x+x))

前 : +x*x+xx
後 : xxxx+*+

4章　有限オートマトンと正規表現

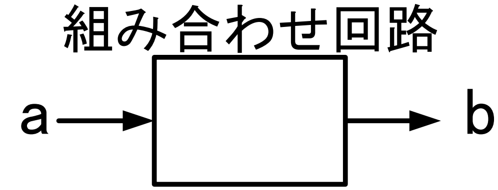
- 有限オートマトン:
  - 有限個の状態間を遷移するモデルで表される順序機械
    - 例:ジュースの自動販売機
  - 記号処理システム
- 正規表現
  - 文字列のパターンを表現する表記法
  - プログラミングやエディタ(ワープロ)で利用
  - 例:1文字目が英小文字(a-z),2文字以降は(あれば)英数字列
  - ^[a-z][0-9A-Za-z]*

順序機械と有限状態機械

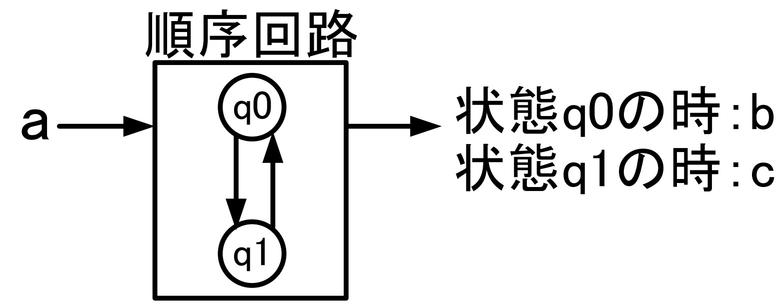
- 順序機械とフリップフロップ
- 簡単な順序機械

順序機械とフリップフロップ

- 論理回路(ディジタル回路とハードウェア基礎実験(2年後期)で学習)
  - 組み合わせ論理回路
    - 入力のみによって出力が決まる.



  - 順序論理回路
    - 内部記憶(状態)を持っている.
    - 状態によって出力が変わる
    - 例:ジュースの自動販売機
      - 10円をいれたら, 10円が入ったことを覚えておく



今回のまとめ

- グラフの行列表現
- オイラーグラフとハミルトングラフ
- 木グラフ
- 構文木
- 構文木と記法
- 順序機械
- ミーリー機械，ムーア機械
- フリップフロップ
- 状態遷移図，状態遷移関数表

今回の宿題

- 構文木を使って記法の変換の練習
- 例題4.2
- 例題4.3